

La Crisi della Fisica Classica

F. Borgonovi (Dipartimento di Matematica e Fisica)

*Interdisciplinary Laboratories for Advanced Materials Physics
(i-LAMP)*

*Department of Mathematics and Physics,
Catholic University, Brescia, ITALY
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Pavia, ITALY*

5 Marzo 2014

All'inizio del secolo scorso la fisica aveva ottenuto importanti successi in moltissimi campi e raggruppabili in 3 grandi Tomi:

- La Meccanica (Galileo, Newton, Lagrange, Hamilton, Laplace...)
- La Termodinamica (Kelvin, Clausius...),
- L'Elettromagnetismo (Maxwell, Ampere, Faraday...).

Restavano alcuni punti oscuri dal punto di vista interpretativo, nel senso che esistevano degli esperimenti ai quali l'apparato della Fisica Classica, esemplificato dai 3 Tomi di cui sopra, anche combinati insieme tra loro, non riusciva a dare risposte soddisfacenti. Questi sono:

- Lo spettro di corpo nero
- L'effetto fotoelettrico
- Gli spettri a righe atomici

Premesse:

- Ogni corpo ad una certa temperatura T emette energia sotto forma di irraggiamento. Se emette tanta energia significa che ne ha assorbita tanta e viceversa : i corpi che sono buoni emettitori sono anche buoni assorbitori.
- L'irraggiamento è una forma di radiazione elettromagnetica caratterizzata in generale da diverse frequenze (o lunghezze d'onda).
- Sperimentalmente notiamo che un corpo cambia colore man mano che lo si scalda, ovvero la frequenza della radiazione emessa cambia con la temperatura del corpo (es. un metallo passa da rosso, arancione, giallo, bianco).

- Quali sono le caratteristiche della radiazione emessa?
- Possiamo fornire una descrizione modellistica del fenomeno utilizzando la fisica classica?



Come si costruisce un modello?

Problemi :

- Le caratteristiche del fenomeno sembrano dipendere da troppi parametri : oltre che alla temperatura, forma del corpo, dimensione, tipo di materiale, tipo di superficie.
- Le equazioni della fisica da utilizzare sembrano davvero tante : la termodinamica (il corpo ha una certa temperatura), l'elettromagnetismo (il corpo emette radiazione elettromagnetica), l'interazione della radiazione con la materia (il corpo, costituito da atomi, é investito dalla radiazione elettromagnetica che poi riemette)

Come ci si salva?

Nessun materiale assorbe tutta la radiazione che incide su di esso (parte viene riflessa). E' però possibile definire per ogni corpo una capacità di emettere (potere emissivo e) ed una capacità di assorbire (potere assorbente a) entrambi rappresentanti energia per unità di superficie, frequenza ed angolo solido). Kirchhoff trova che

Per ogni sostanza il comportamento rispetto all'emissione e all'assorbimento, a parità di temperatura, è il medesimo ovvero che il rapporto

$$\frac{e}{a} = f(\nu, T)$$

è una funzione universale che dipende SOLO dalla frequenza, ν , e dalla temperatura, T , del corpo.

Definizione di Corpo Nero

Kirchhoff mostrò poi, con considerazioni termodinamiche, che, all'equilibrio termico, la radiazione contenuta in una cavità è della stessa qualità ed intensità di quella di un corpo nero alla stessa temperatura. Queste considerazioni permettono di definire delle situazioni ideali.

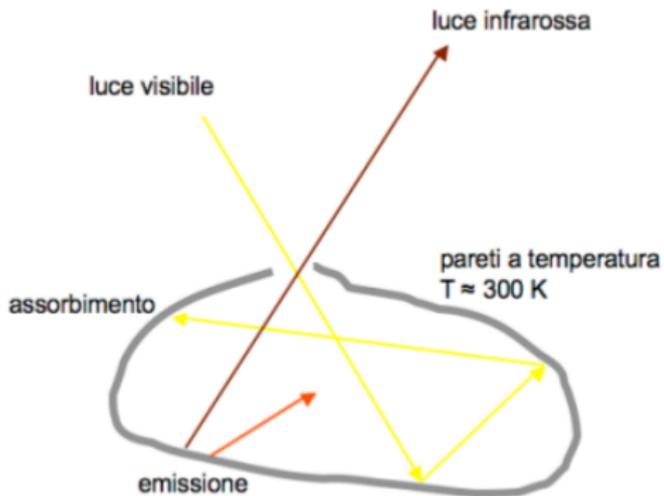
CORPO NERO = Un corpo che assorbe tutta la radiazione che riceve, (ovvero $a=1$), così che ciò che emette e che posso misurare sperimentalmente risulta essere solo una funzione universale della frequenza, ν , e dalla temperatura, T .

Oltre a definirlo, riesco a realizzarlo in laboratorio?

Un corpo nero é un contenitore in cui sia stato fatto un piccolo foro. Infatti, la radiazione entrante viene completamente assorbita; d'altra parte, la radiazione uscente da un piccolissimo foro, non altera apprezzabilmente le condizioni di equilibrio della cavità.

Il fascio di radiazione uscente é quindi un campione della radiazione presente all'interno della cavità. La prima cavità costruita ed utilizzata a questo scopo fu quella di Lummer e Wien (1895).

Il Modello della Cavità



Risultati Sperimentali

Abbiamo il modello, adesso possiamo fare le misure sperimentali e ricavare le curve che esprimono la dipendenza della energia emessa dal piccolo foro della cavità in funzione della frequenza e della temperatura del corpo.

- Legge di Wien :

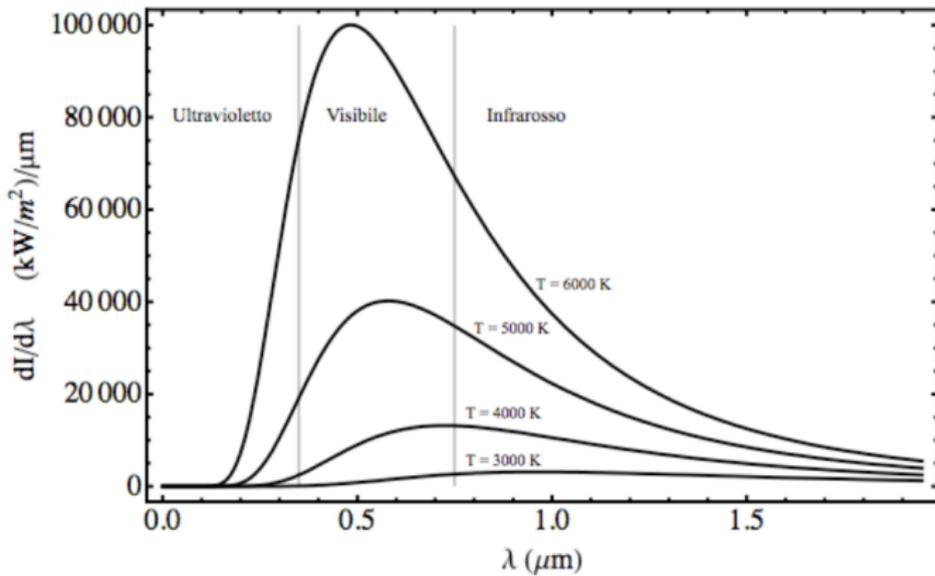
$$\lambda_{max} T = \text{costante} = 2.8977686 \cdot 10^{-3} mK$$

- Legge di Stefan-Boltzmann. La potenza emessa per unità di superficie, sommata su tutte le frequenze (ovvero la radianza) é proporzionale alla quarta potenza della temperatura:

$$R = \sigma T^4$$

dove $\sigma = 5.6693 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ é la costante di Stefan-Boltzmann.

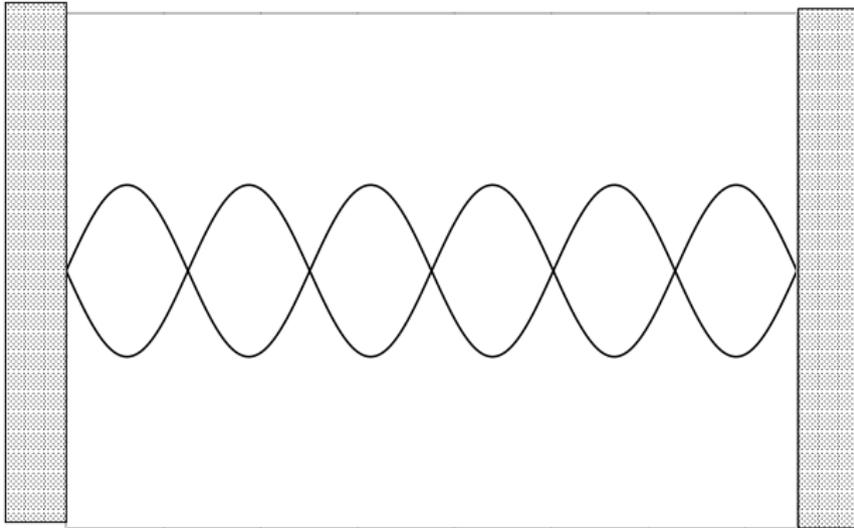
La Legge di Wien



Quali sono i modelli interpretativi offerti dalla fisica classica sul meccanismo di assorbimento ed emissione della radiazione elettromagnetica?

- Il corpo nero, ovvero la cavità é un oggetto all'equilibrio termodinamico, ovvero la materia che assorbe ed emette la radiazione é in equilibrio con la stessa.
- All'interno della cavità é presente radiazione elettromagnetica. All'equilibrio saranno presenti solo le onde STAZIONARIE.
- Gli atomi delle pareti assorbono ed emettono radiazione (come oscillatori armonici investiti da onde) finché tutto va all'equilibrio.

Onde Stazionarie



Ma come si calcola la densità di energia elettromagnetica all'equilibrio all'interno della cavità?

Vi furono diverse ipotesi: Wien, suppose che:

- che le molecole di un solido che emette radiazione soddisfano la legge di distribuzione delle velocità di Maxwell- Boltzmann,
- che la frequenza e l'intensità della radiazione emessa dalle molecole dipendesse solo dalla loro velocità
- e che il quadrato della velocità delle molecole dipendesse solo dalla frequenza emessa.???????

ed ottenne la seguente legge

$$u(\nu, T) = a\nu^3 e^{-b\nu/T}$$

Ipotesi fallaci (o forse premature per i tempi) e risultati che sono in disaccordo con gli esperimenti per piccole frequenze.

Modello di Rayleigh-Jeans

Rayleigh e Jeans proposero il seguente meccanismo basato sulle onde stazionarie elettromagnetiche all'interno della cavità. In una dimensione si ricava che la lunghezza della scatola L deve essere multiplo intero (n) di semi lunghezze d'onda

$$L = n\lambda/2$$

Ovvero c'è un numero discreto di frequenze ammesse. Ma quante sono le frequenze ammesse all'interno di un cubo di lato L ?

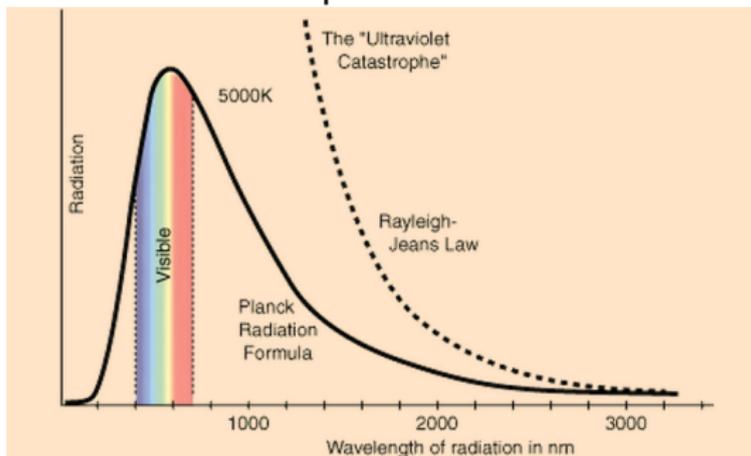
È possibile calcolare in modo esplicito questo numero e si trova che il numero di possibili oscillazioni per unità di frequenza e per unità di volume della cavità è proporzionale al quadrato della frequenza della radiazione, ovvero (c = vel. luce) :

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$



Modello di Rayleigh-Jeans

Ma quanto vale l'energia associata ad una singola oscillazione? Sicuramente non può dipendere dalla frequenza visto che la densità di energia associata ad un onda elettromagnetica dipende dal quadrato della sua intensità e non dalla sua frequenza. Quindi quello che si ottiene è una curva che cresce in modo indefinito con la frequenza : Catastrofe Ultravioletta.



La Teoria di Planck

Planck consideró un modello per la cavità costituito da oscillatori armonici elettricamente carichi in grado di scambiare energia con la radiazione alla loro frequenza propria di oscillazione.

L'idea era che si potesse arrivare ad una condizione di equilibrio termico tra radiazione ed oscillatori partendo da generiche condizioni iniziali, ovvero descrivere un processo irreversibile attraverso le leggi dell'elettromagnetismo. Ma le leggi dell'elettromagnetismo soffrono dello stesso difetto di quelle della meccanica classica : non possono descrivere, in assenza di altre condizioni, un processo irreversibile (Boltzmann).

Planck utilizzó il principio secondo cui, all'equilibrio termico, l'entropia del sistema radiazione+oscillatori sia massima, e arrivó a scrivere la formula seguente:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \langle u \rangle$$

dove $\langle u \rangle$ é l'energia vibrazionale media di ogni oscillatore. A questo punto se facciamo entrare la teoria cinetica dei gas, la quale afferma che l'energia media associata ad ogni grado di libert a é $k_B T/2$, riotteniamo la legge di Rayleigh-Jeans. Il punto di rottura fondamentale introdotto da Planck fu di assumere che

- L'interazione oscillatore - radiazione é descritto interamente dalle equazioni di Maxwell;
- lo scambio di energia tra oscillatori e particelle pu  avvenire solo in modo discreto attraverso **quanti** di energia multipli interi di $h\nu$ ($h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ J s, detta costante di Planck).

La Teoria di Planck

In questo modo si arriva alla seguente Legge di Planck per l'emissione di corpo nero :

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

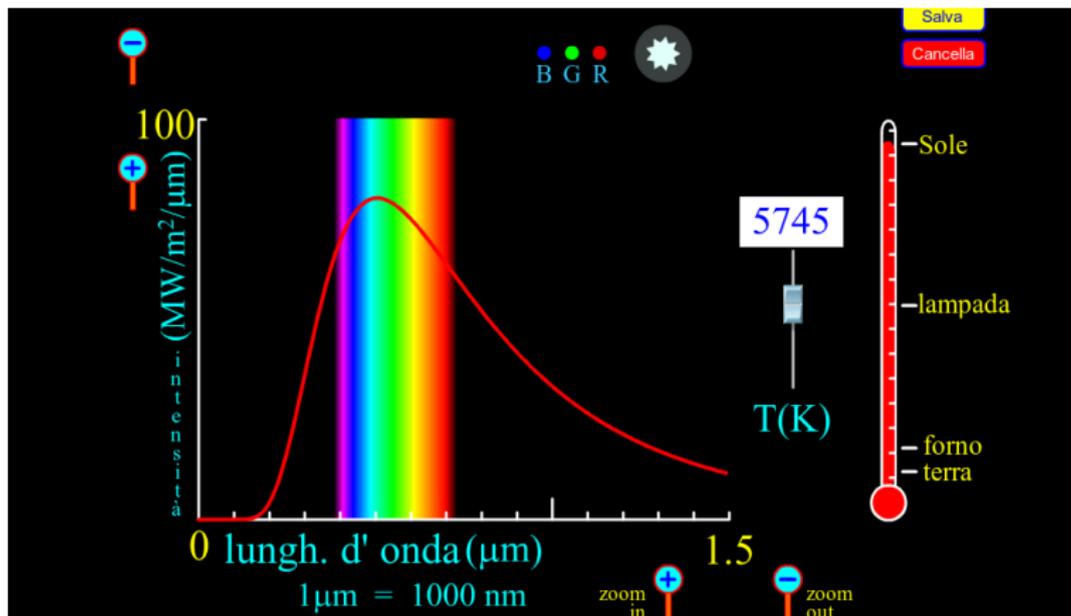
Anche se Planck, a differenza di Einstein non ipotizzò la quantizzazione del campo elettromagnetico all'interno della cavità, l'ipotesi che scambi energetici radiazione-materia potessero avvenire solo in modo discreto fu davvero rivoluzionaria. h che nelle ipotesi di Planck avrebbe dovuta essere fatta tendere a zero, ha un valore ben definito e riproduce i risultati sperimentali. Per Planck dunque gli scambi di energia radiazione-materia sono discreti e quantizzati

$$E = h\nu$$

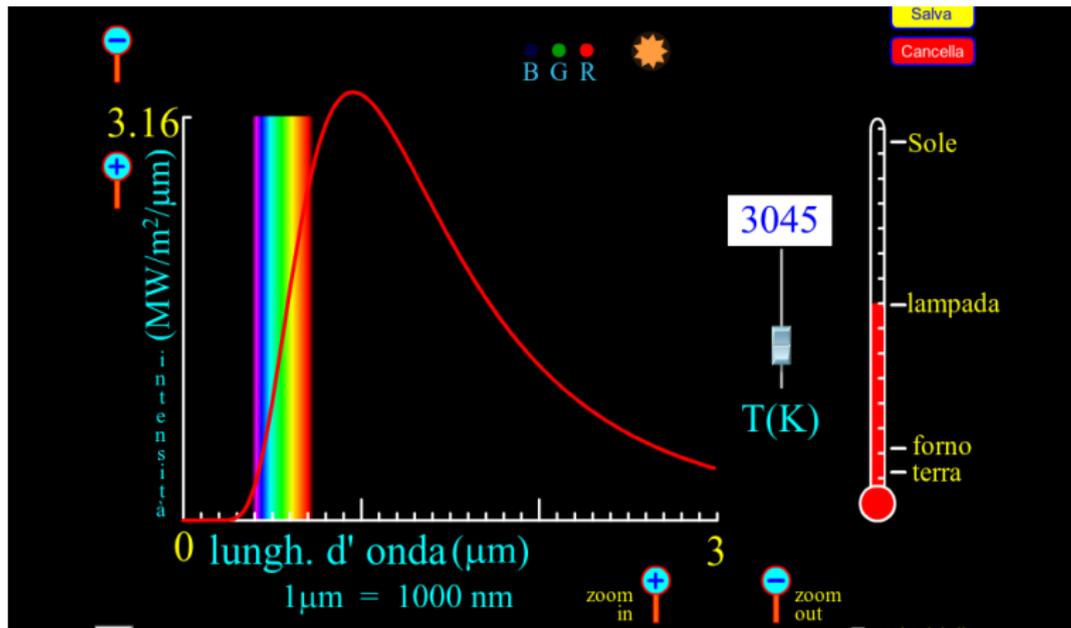
Ricapitolando le ipotesi di Planck

- 1 Le molecole delle pareti, come oscillatori, sono investiti dalle onde elettromagnetiche, assorbono la loro energia e cominciano ad oscillare riemettendo l'energia assorbita.
- 2 L'energia viene riemessa in forma di quantità definite, quanti, aventi energia $E = h\nu$.
- 3 Non vi é emissione ad alte frequenze perché i pacchetti che possono essere emessi dovrebbero essere troppo grandi
- 4 Se si aumenta la temperatura si aumenta l'energia degli oscillatori che in questo modo potranno emettere anche a frequenze piú grandi $\nu_{max} \propto T$.

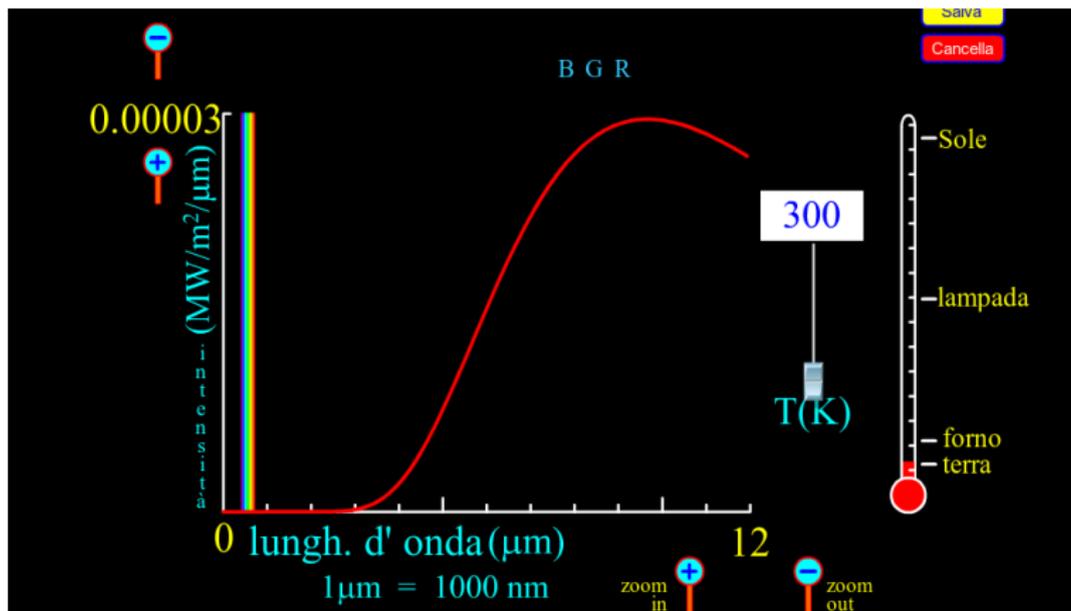
Lo spettro del sole



Lo spettro di una lampada ad incandescenza



Lo spettro di un corpo umano



- Programma https://phet.colorado.edu/sims/blackbody-spectrum/blackbody-spectrum_it.html
- Note Storiche Giuseppe Giuliani fisica.unipv.it/percorsi/pdf/Percorso_di_planck.pdf
- Luigi Sangaletti http://www.dmf.unicatt.it/sangalet/SSIS/lez5_6.pdf
- <http://wwwusers.ts.infn.it/milotti/Didattica/LabTermodinamica/Blackbody.pdf>