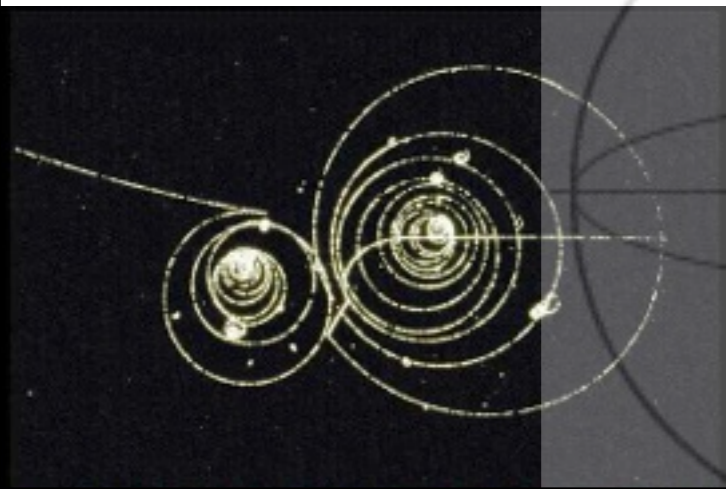




# Identikit di una particella elementare dalla Meccanica Quantistica al Bosone di Higgs



Liceo Scientifico A. Calini  
28 marzo 2014



Giuseppe Nardelli  
Dipartimento di Matematica e Fisica  
Università Cattolica del S. Cuore



# PROLOGO

MA COME...NON SAPETE...  
CHE COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?



Siete fortunati!  
Avete trovato la persona giusta,  
il dott. Dulcamara!  
Ve lo spiego io  
come vanno veramente le cose...

# PROLOGO

**COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?**

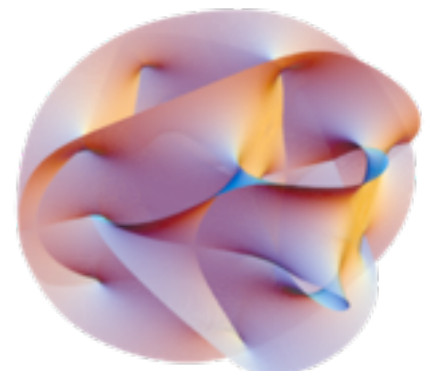
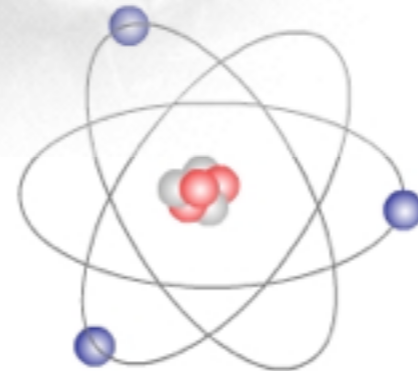
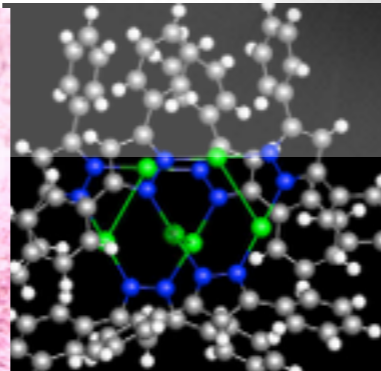
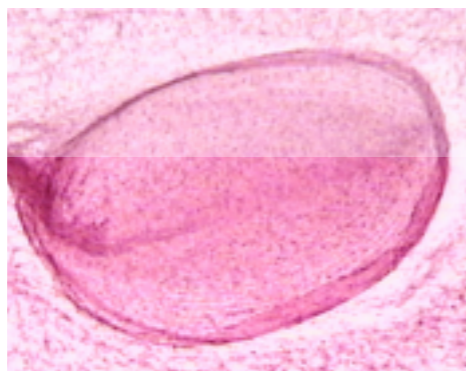
Diffidate sempre dei vari dott. Dulcamara!

di chi pretende di dirvi

come stanno **VERAMENTE** le cose

Nessuno potrà mai rispondere a questa domanda  
ogni modello per sua natura è transitorio.

Ciò che vale oggi, non vale più domani



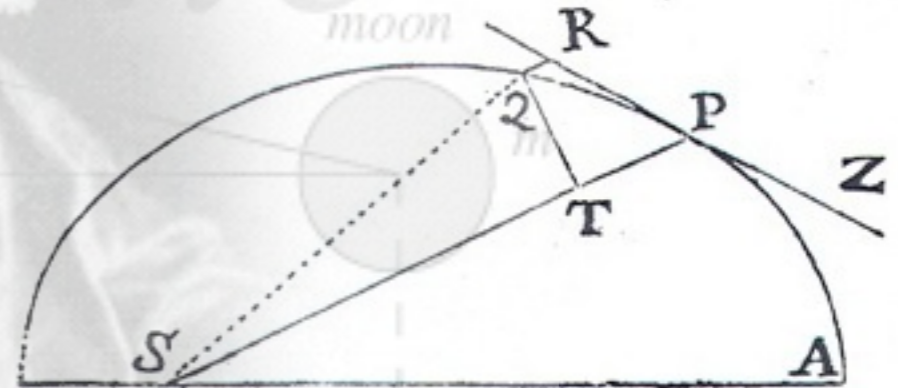
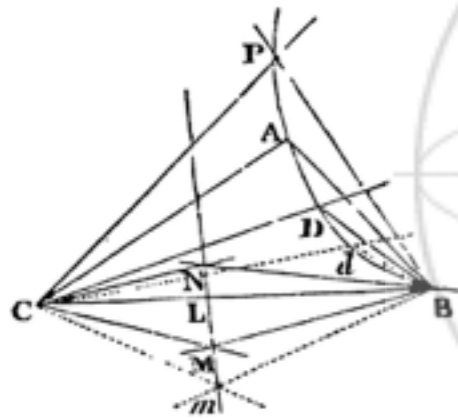
# PROLOGO

Perché è così difficile dire cosa è una p.e.?  
e perché è più facile dire cosa NON è?

COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?

Qualche anno fa:

corpo puntiforme dotato di massa (eventualmente carica e spin)



puntiforme: piccolo rispetto all'ambiente in cui si trova.  
(ed "elementare" è conseguenza della sua "inestensione")

massa: sembra questa la caratteristica "irrinunciabile" che  
caratterizza una "particella"

dopo qualche anno...

# PROLOGO

## COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?

dopo qualche anno...

un elemento di uno spazio di Hilbert, autostato degli operatori di Casimir del Gruppo di Poincaré!



- 1) E' diversa dalla precedente
- 2) Totalmente **incomprensibile**
- 3) Non fa riferimento nè alla "forma" nè alla "estensione"
- 4) Fa riferimento alla meccanica quantistica e alla relatività

...E

# PROLOGO

COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?

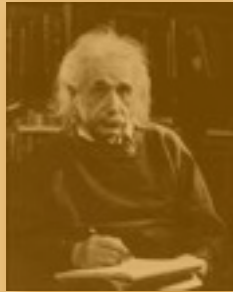
come tenere conto di relatività e  
meccanica quantistica?

CHIEDIAMO AGLI ESPERTI!



ognuno di loro darà un contributo per capire  
COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE

# Personaggi (in ordine di apparizione)

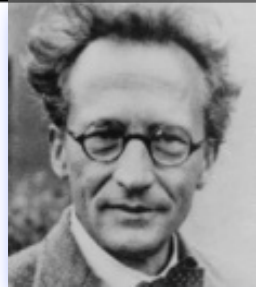


## Einstein e la Relatività Ristretta

Il tempo e la massa non sono immutabili



1921



## Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

L'interpretazione probabilistica della Meccanica



1933



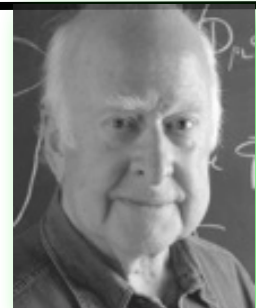
## Heisenberg e il Principio di Indeterminazione

... e la natura non si ferma mai!



1932

## INTERMEZZO: La scuola di Copenhagen



## Higgs e la rottura spontanea di simmetria

La massa non è una grandezza intrinseca



2013



## Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Dal Modello Standard alle Stringhe



1979

# Einstein e la Relatività Ristretta

## Relatività Speciale

Frutto di “puro intelletto”, è nata per rendere compatibili due equazioni (Maxwell e Newton)



Sono giuste le eq. di Newton,  
le equazioni di Maxwell vanno corrette



Sono giuste le eq. di Maxwell,  
la meccanica Newtoniana è sbagliata





## I Postulati della Relatività Ristretta

1. Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali
2. La velocità della luce nel vuoto,  $c$ , è la medesima in tutti i riferimenti inerziali

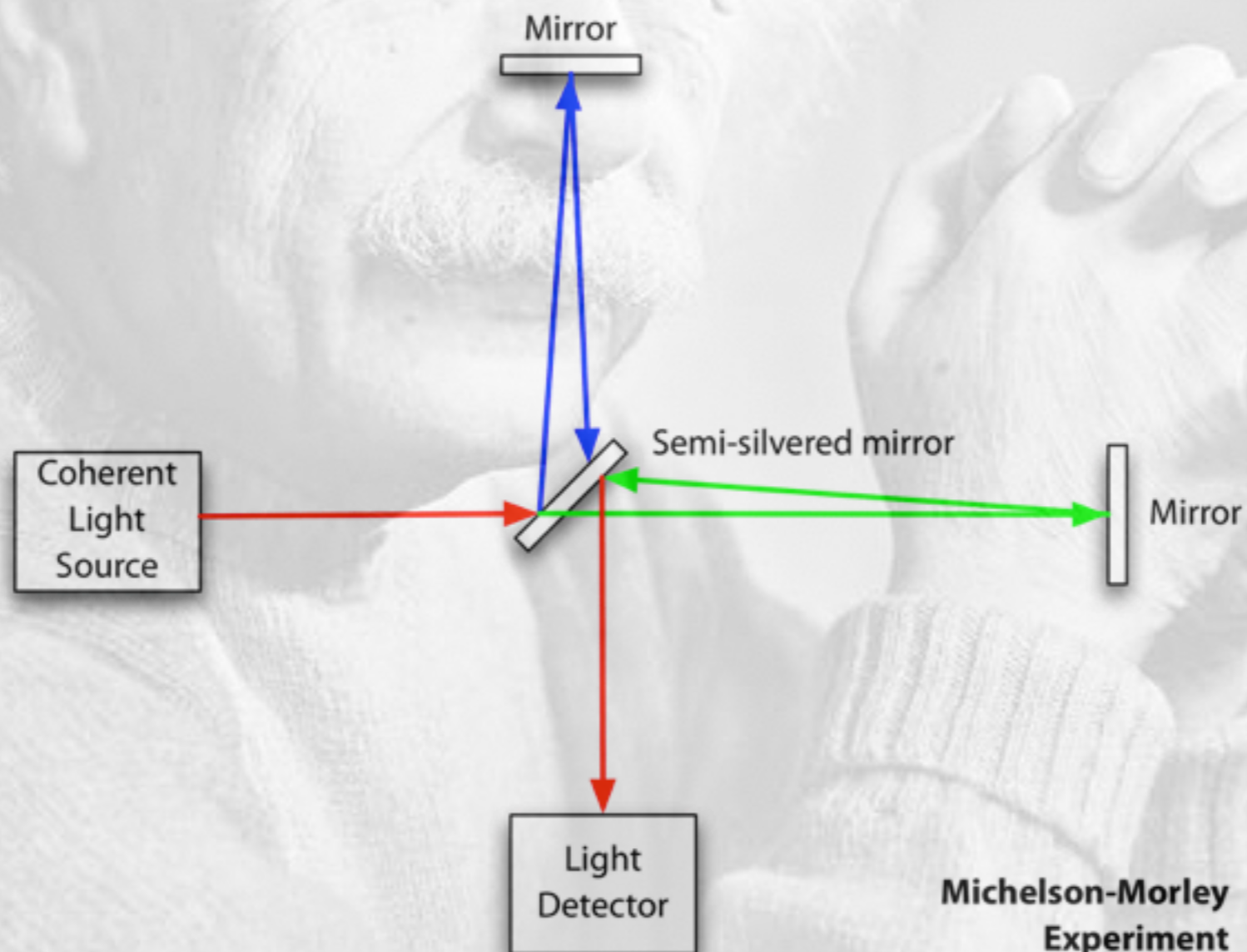
3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;  
von A. Einstein.*

apparentemente tanto innocui e, soprattutto, **SEMPLICI**  
portano a conseguenze *micidiali*

# Einstein e la Relatività Ristretta

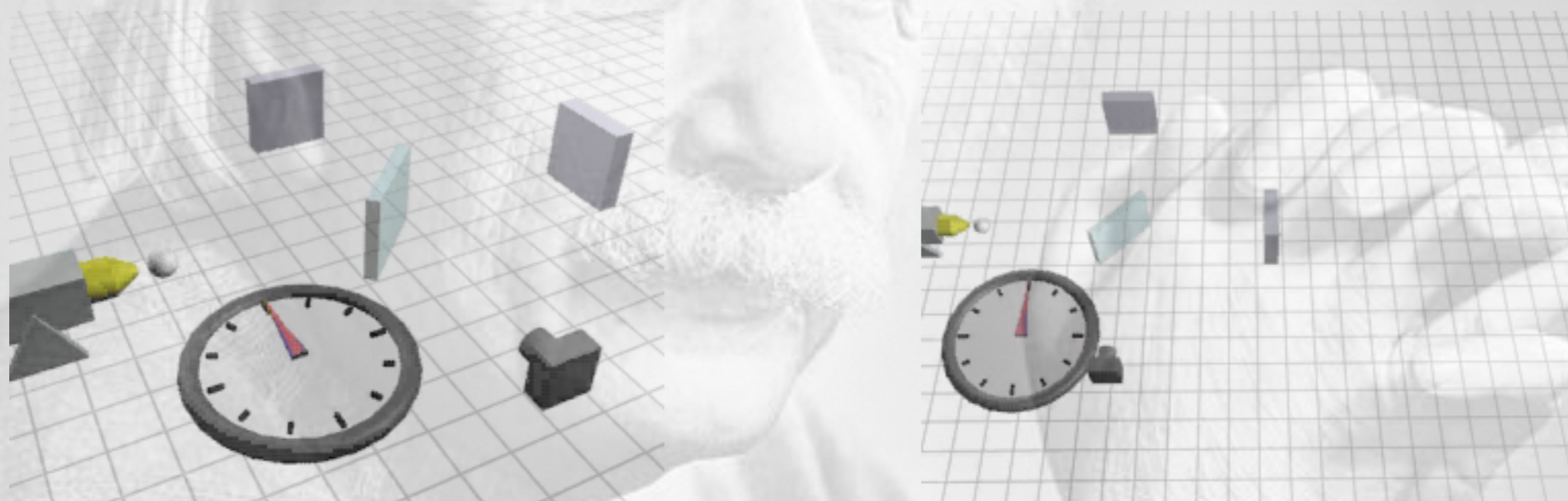
Ma prima di tutto... può essere verificata?

## INTERFEROMETRO DI MICHELSON MORLEY



## Einstein e la Relatività Ristretta

Se  $c$  è costante, non ci deve essere alcuna differenza tra due interferometri M.M. l'uno in moto rispetto all'altro

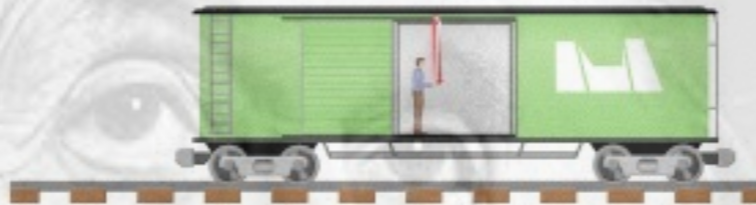


Non fu mai osservata alcuna differenza tra le interferenze dei due apparati

# Einstein e la Relatività Ristretta

## Quali sono le conseguenze ?

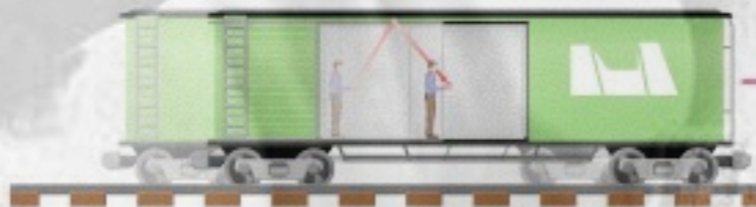
Inside the train, the ball goes up and down.



Outside the train, the ball appears to be going faster: It has the same up-and-down speed, plus the forward speed of the train.



The faster the train is moving, the faster the ball appears to be going to the outside observer.



$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

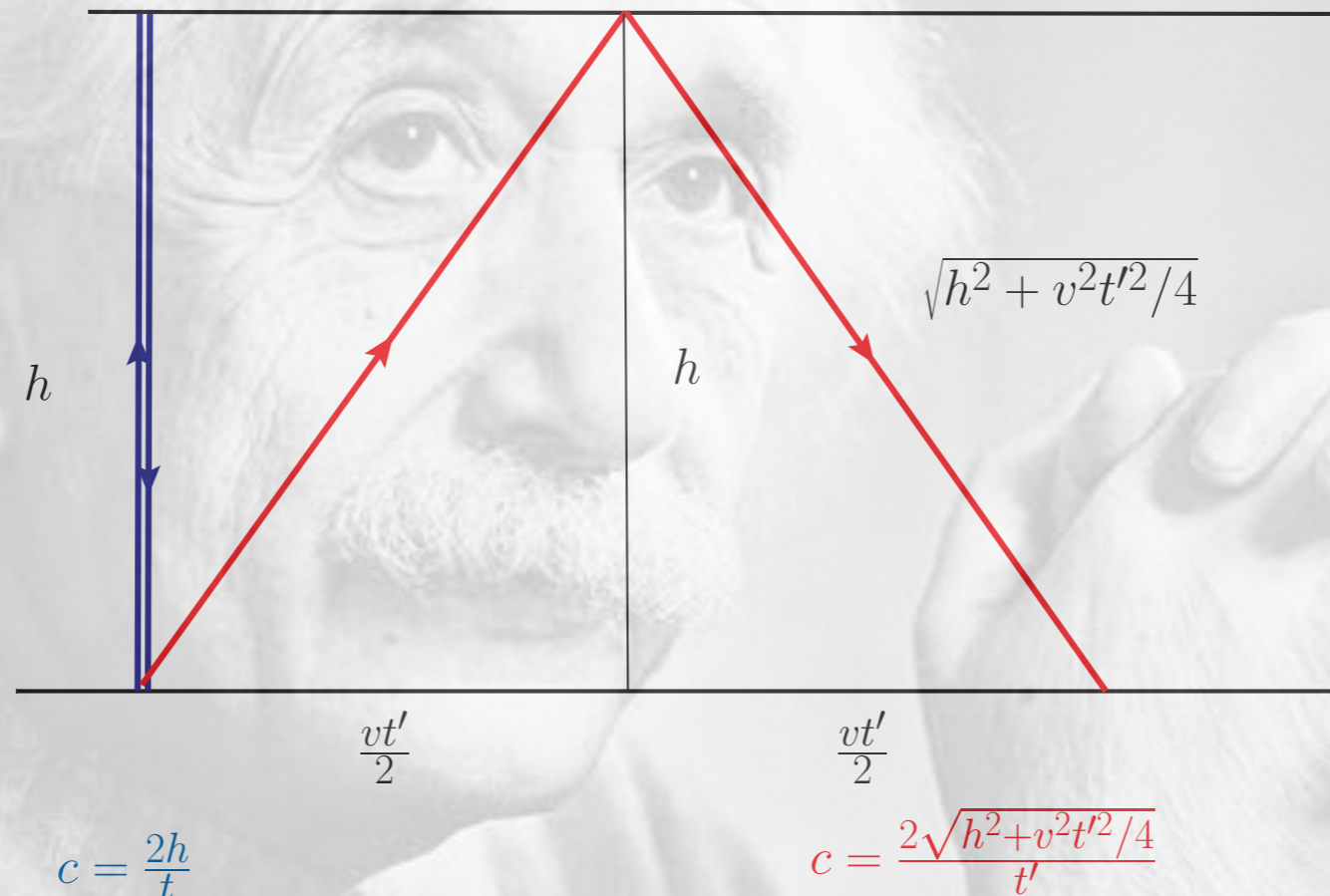
since  $\Delta x' > \Delta x$   
then  $\Delta t' > \Delta t$

Copyright © Addison Wesley

Fintantochè sono palline, tutto ok...ma se si tratta di raggi luminosi: come può l'osservatore in stazione misurare la STESSA velocità del raggio... se questo compie un tragitto più lungo? Poiché  $c=L/T$ , l'unica possibilità è che **il tempo in stazione sia DILATATO!**

# Einstein e la Relatività Ristretta

In dettaglio:



L'osservatore **BLU**, solidale con il treno, misura una velocità **c**.

L'osservatore **ROSSO**, in stazione, misura una velocità **c**. Imponendo che siano uguali, si trova che il tempo per l'osservatore in stazione deve **DILATARSI**

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

**NON ESISTE IL TEMPO ASSOLUTO**

# Einstein e la Relatività Ristretta

## Quali sono le conseguenze?

Non esiste il tempo assoluto

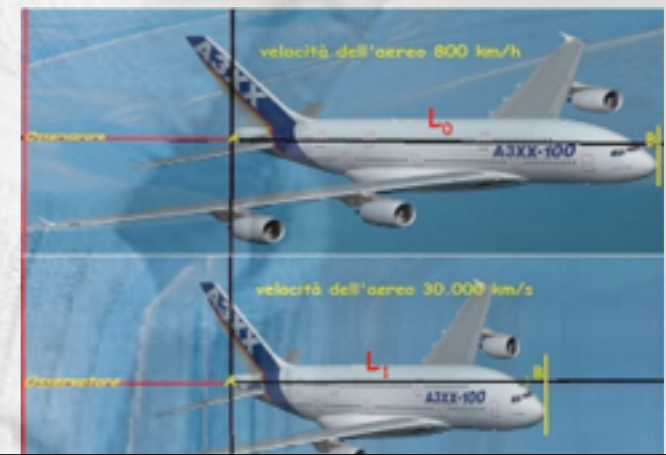
Le lunghezze degli oggetti sono diverse in diversi riferimenti

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Ma allora non ha senso parlare di “tempo”? Quale è la “mia età”? Quale è la “vita media” di una particella, se dipende dal riferimento? **Tempo proprio = solidale con la particella (riferimento di quiete)**

$$L' = L \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Ma allora non ha senso parlare di “lunghezza”? quanto “sono alto”? Ha senso, se dipende dal riferimento? **Lunghezza propria = solidale con l'oggetto (riferimento di quiete)**



# Einstein e la Relatività Ristretta

E la dinamica? Come sarà modificata?

$$m \longrightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$m_0$  = massa propria

questa semplice sostituzione rende compatibili  
le equazioni della dinamica con la relatività:  
in particolare l'energia di una particella libera risulta

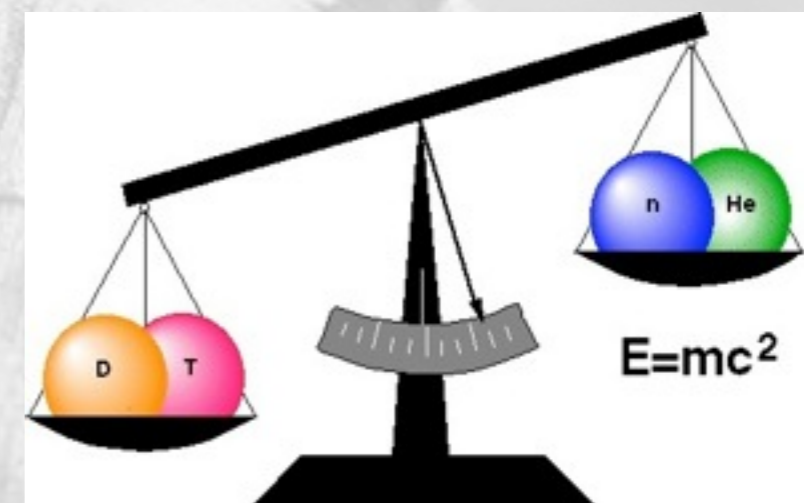
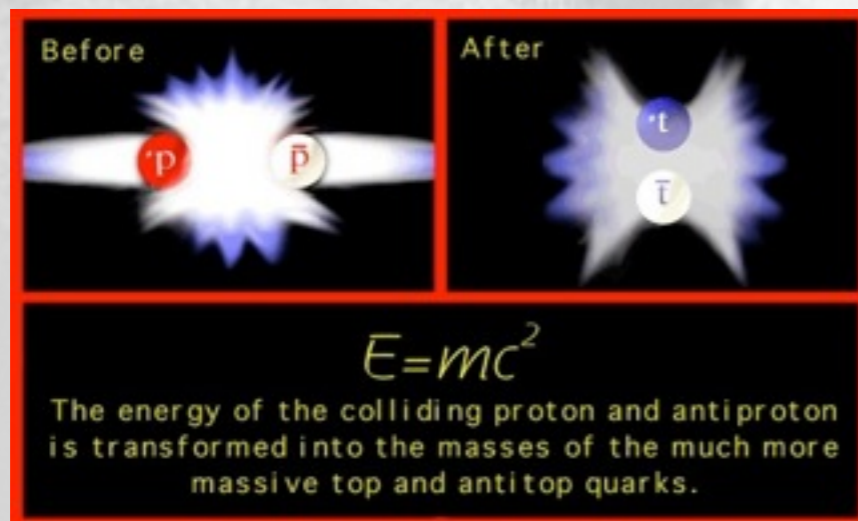
$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \xrightarrow{v/c \rightarrow 0} m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

# Einstein e la Relatività Ristretta

si aprono nuovi scenari:

un guadagno in energia cinetica può essere convertito in un guadagno in massa e viceversa!

ci possono essere particelle a massa nulla, purché viaggino sempre alla velocità della luce





# Einstein e la Relatività Ristretta

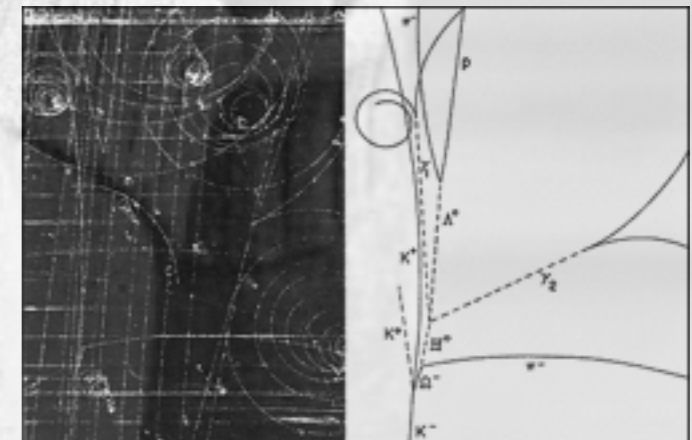
Le discrepanze tra meccanica relativistica e newtoniana sono veramente significative nel caso di particelle elementari!

## Cosa abbiamo imparato?

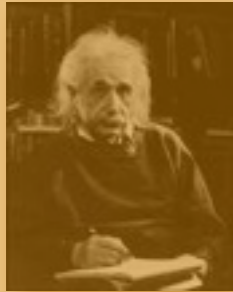
Energie molto elevate consentono di “creare” particelle molto massive a partire da particelle con massa molto piccola

L'unica massa significativa è la “massa propria”...

E se non ha massa... deve viaggiare alla velocità della luce



# Personaggi (in ordine di apparizione)

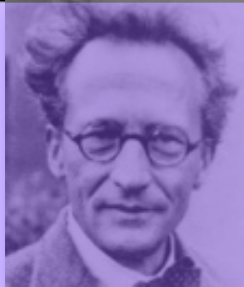


Einstein e la geometria dello spazio

Fisica e geometria in Relatività



1921



Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

L'interpretazione probabilistica della Meccanica



1933



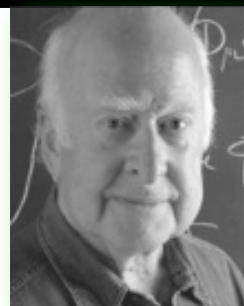
Heisenberg e il Principio di Indeterminazione

... e la natura non si ferma mai!



1932

## INTERMEZZO: La scuola di Copenhagen



Higgs e la rottura spontanea di simmetria

La massa non è una grandezza intrinseca



2013



Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Dal Modello Standard alle Stringhe

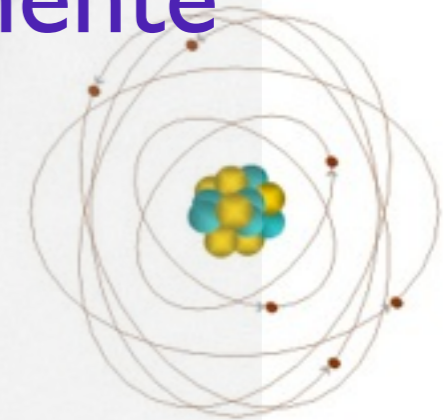


1979

# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

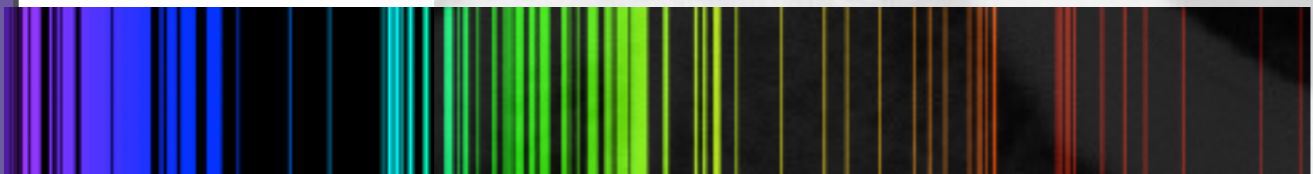
Quasi contemporaneamente ad Einstein, la meccanica newtoniana si prende un altro durissimo colpo:

Su scale atomiche,  
la meccanica di Newton è totalmente inadeguata



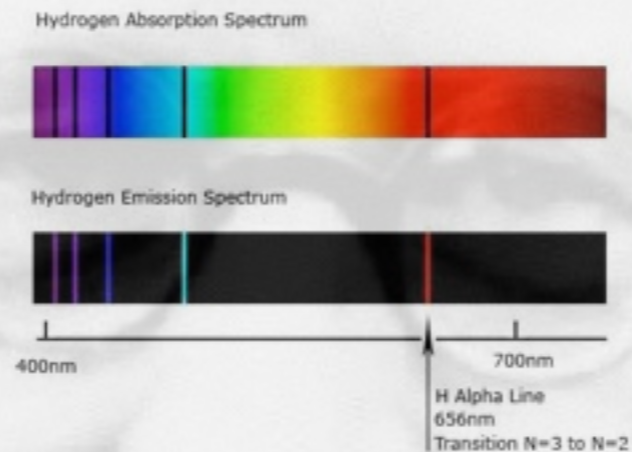
- 1) Stabilità dell'atomo
- 2) Radiazione e assorbimento solo per determinate frequenze

sono aspetti inspiegabili classicamente



# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

Gli spettri atomici lasciavano capire che ogni sostanza poteva emettere solo alcune radiazioni caratteristiche della sostanza in esame



era nato il codice a barre



# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

Alcuni fenomeni (ma non tutti!) potevano essere spiegati assumendo una strana proprietà

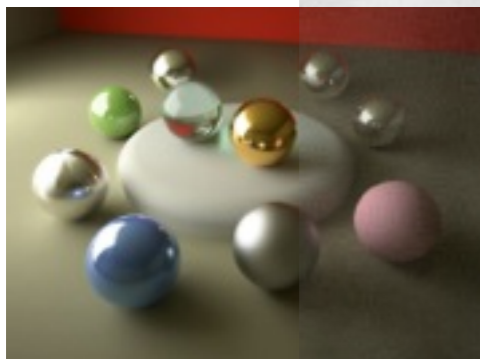
## DUALISMO ONDA CORPUSCOLO

$$E = \hbar \omega , \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Planck 1900

Einstein 1905

de Broglie 1924



è un artificio matematico o la natura ondulatoria dell'elettrone è REALE?

(e capire che cosa è una p.e. diventa sempre più complicato!)

L'esperimento risolutore è la doppia fenditura

# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

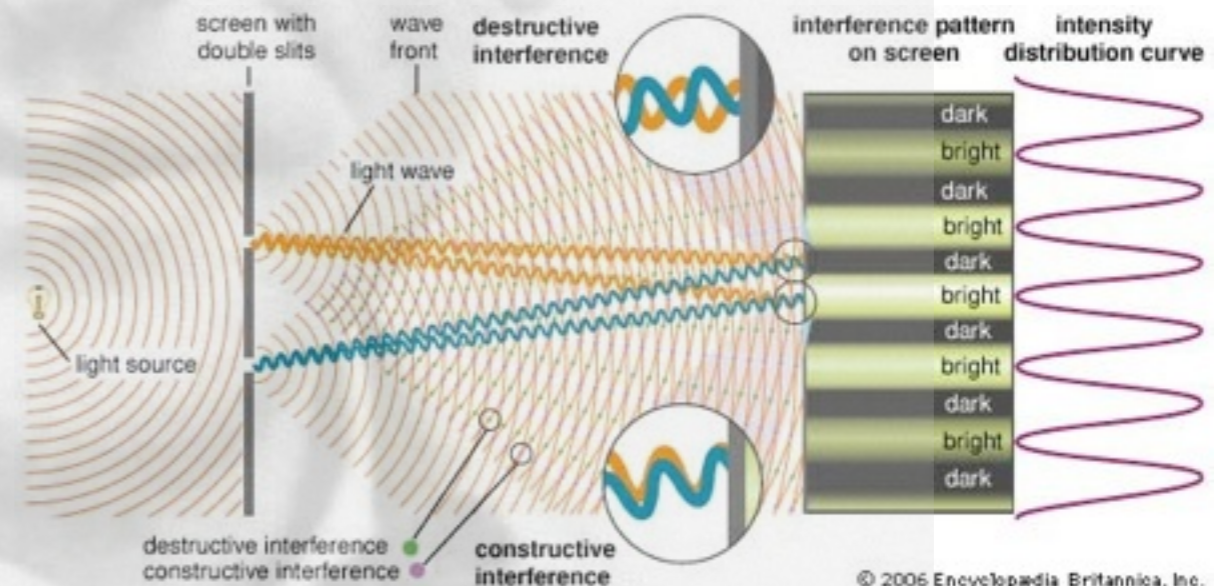
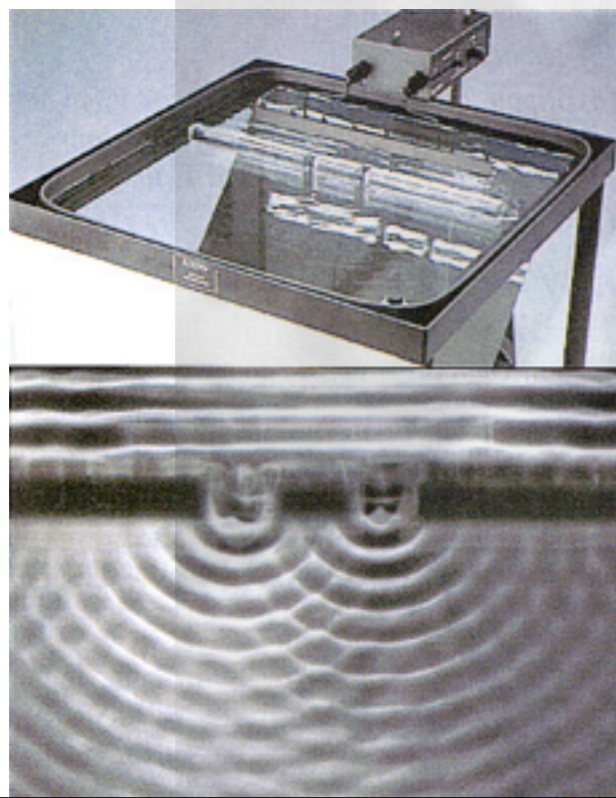
**PARTICELLE:** NON interferiscono attraverso una doppia fenditura, si sommano le intensità



L'intensità sullo schermo è la somma delle due intensità

$$I = I_1 + I_2$$

**ONDA:** interferiscono sommando le ampiezze e NON le intensità



# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

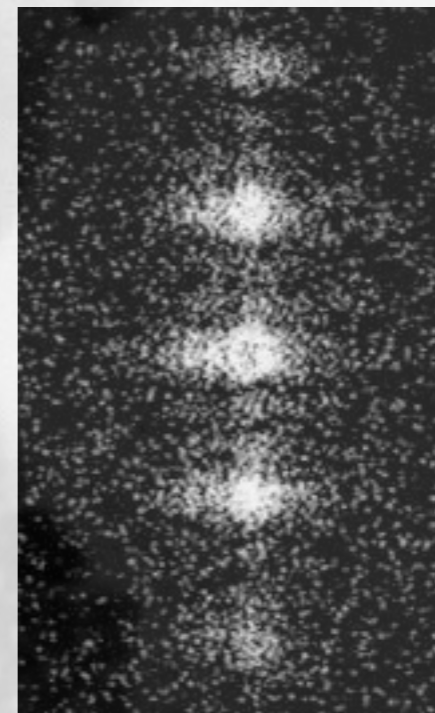
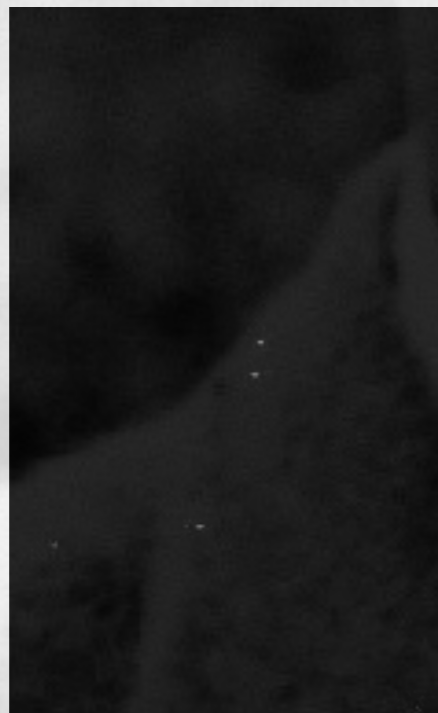
E gli elettroni cosa fanno?

Arrivano uno alla volta (come particelle)

ma....

collettivamente danno luogo a interferenza  
(come le onde)

e con quale lunghezza d'onda? quella di De Broglie!



## Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

Il risultato di questo esperimento era stato previsto un anno prima indipendentemente da Schroedinger e Heisenberg.

**Nasce una nuova Meccanica (Quantistica)**  
radicalmente diversa dalla meccanica classica

**MC:** deterministica. Un punto materiale è associato ad una terna di numeri (la sua posizione) [un'altra terna specifica impulso]

**MQ:** probabilistica. Un punto materiale è associato ad una funzione (la densità di probabilità) [un'altra funzione specifica la distribuzione di impulso]



# Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

Il massimo della informazione che posso ottenere dalla teoria è una **PROBABILITA'**

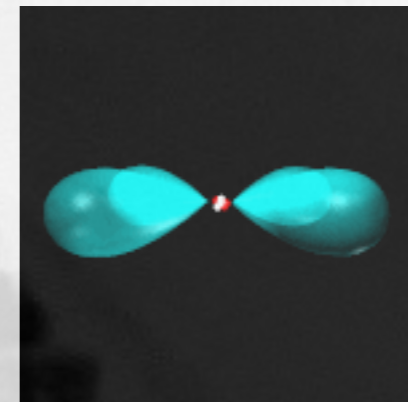
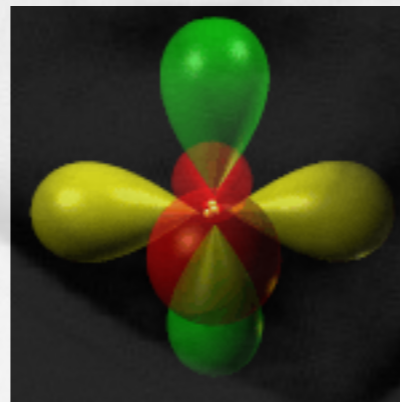
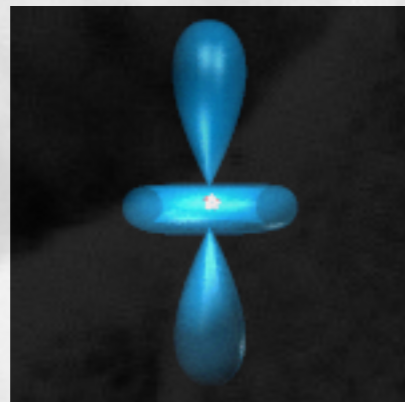
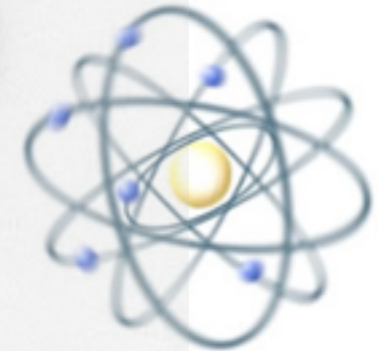
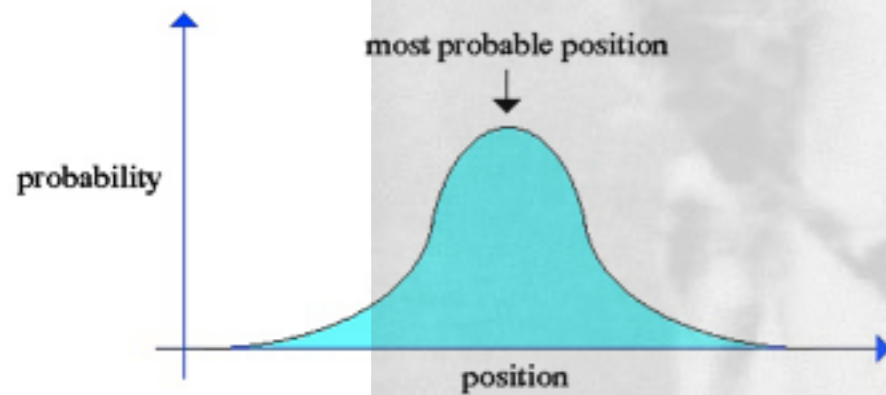
Non ha senso parlare di **TRAIETTORIA** di una particella

**CONSEGUENZA:** per gli atomi non ha senso parlare di orbita

e il concetto di orbita deve essere sostituito con quello di

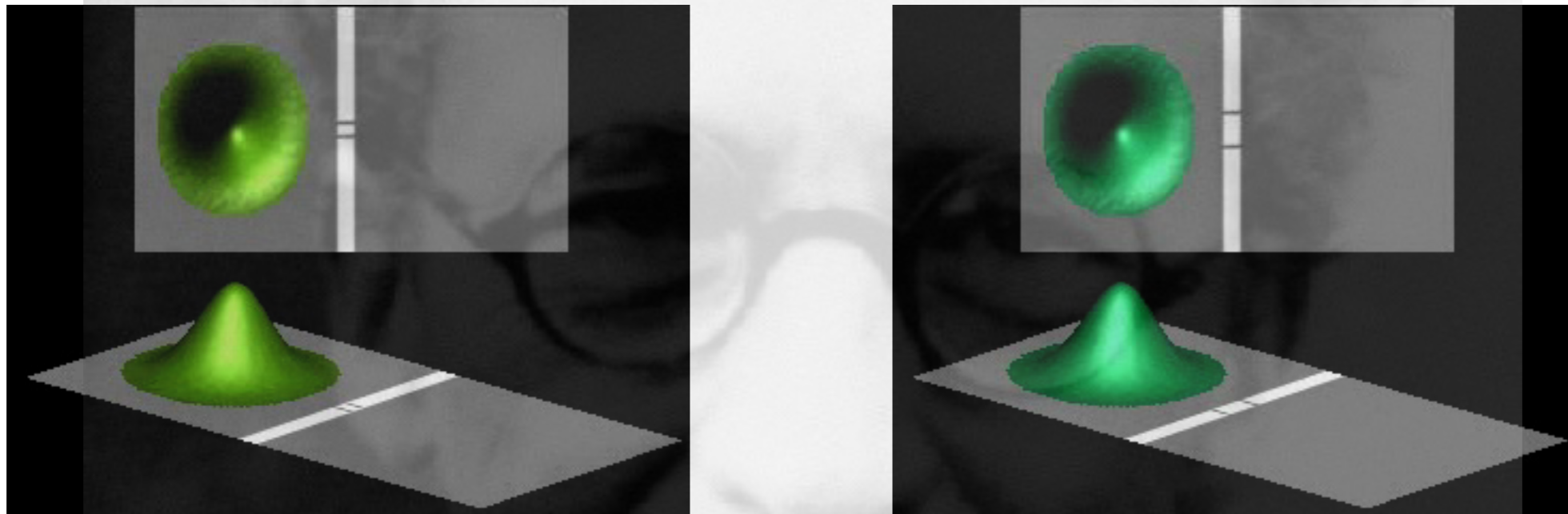
**ORBITALE**

Quantum Wave Function



## Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

Infine: l'esperimento della doppia fenditura rivisitato (après Schroedinger)

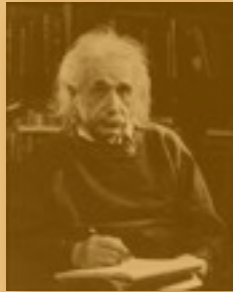


**Cosa abbiamo imparato?**

Su scale subatomiche,  
particelle si comportano come onde!

(immagine molto diversa dai corpuscoli di Newton!)

# Personaggi (in ordine di apparizione)

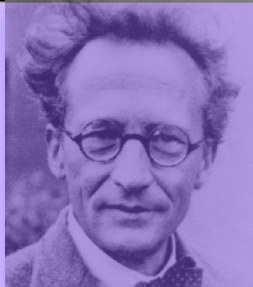


Einstein e la geometria dello spazio

Fisica e geometria in Relatività



1921



Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

L'interpretazione probabilistica della Meccanica



1933



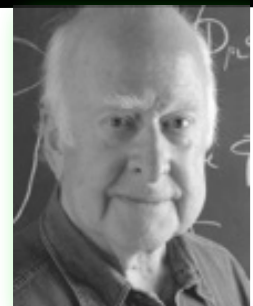
Heisenberg e il Principio di Indeterminazione

... e la natura non si ferma mai!



1932

## INTERMEZZO: La scuola di Copenhagen



Higgs e la rottura spontanea di simmetria

La massa non è una grandezza intrinseca



2013



Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Dal Modello Standard alle Stringhe



1979

# Heisenberg e il principio di indeterminazione

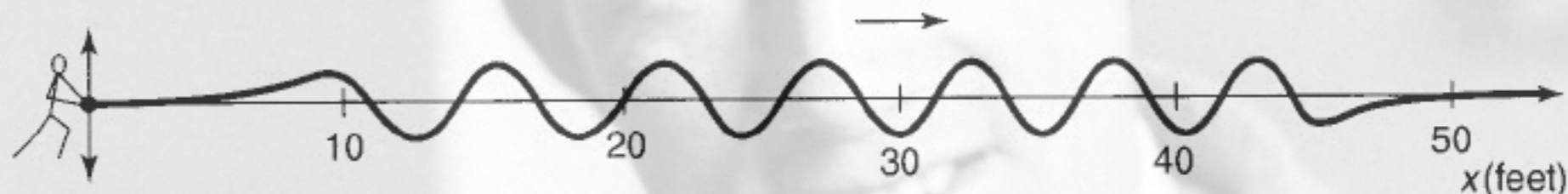
La natura probabilistica della MQ è intrinseca



questa “incertezza” della teoria,  
non può essere eliminata, ed ha come conseguenza  
il **principio di indeterminazione**

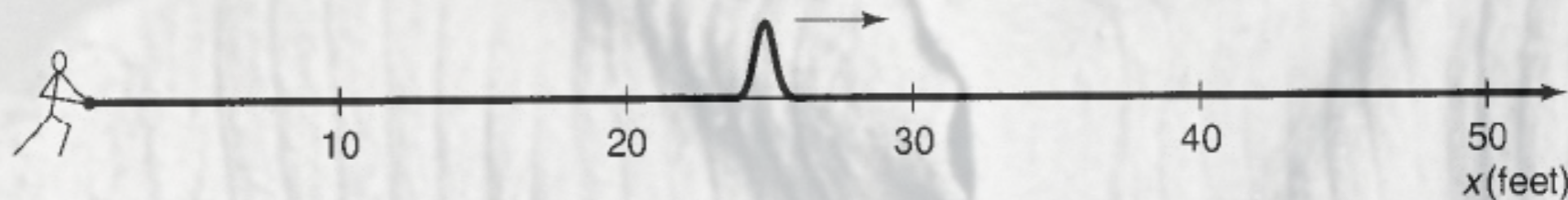
# Heisenberg e il principio di indeterminazione

E' una conseguenza della natura **ONDULATORIA** infatti, particolare spesso dimenticato, le onde soddisfano a un analogo principio



Quant'è la lunghezza d'onda? Poco meno di 10 piedi.  
"Dov'è" l'onda? Impossibile rispondere...è delocalizzata!

Sovrapponendo più onde di diversa lunghezza d'onda è possibile localizzarle



Dov'è l'onda? Circa a  $x=25$  piedi.  
Quant'è la "lunghezza d'onda"? Impossibile rispondere...non è nemmeno periodica!

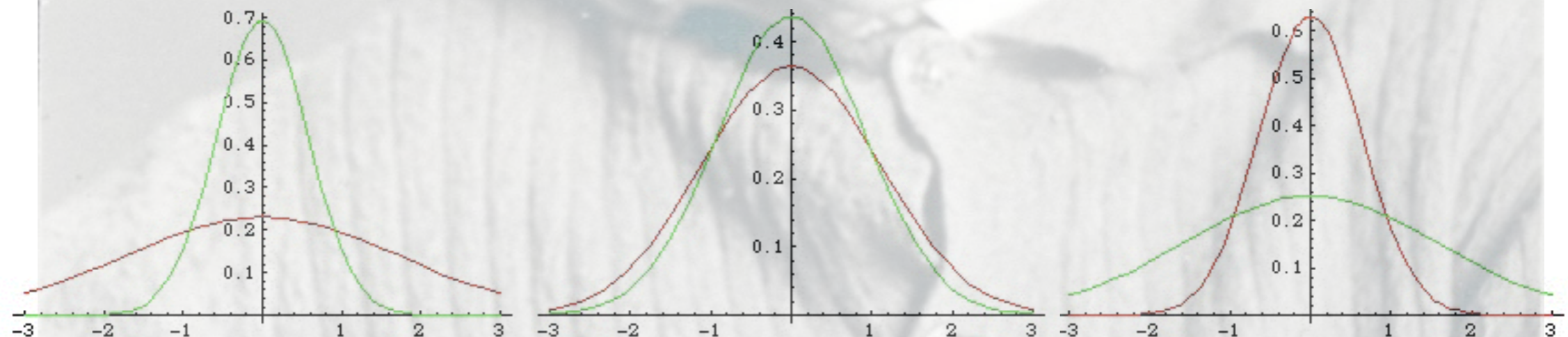
Non ha senso stabilire simultaneamente "posizione" e lunghezza d'onda

# Heisenberg e il principio di indeterminazione

Se la materia è descritta da “equazioni d’onda”  
un analogo fenomeno dovrà accadere  
tra **posizione** e **impulso**

Dalle relazioni che fissano dualità onda corpuscolo,  $p$  è legato alla lunghezza d’onda

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

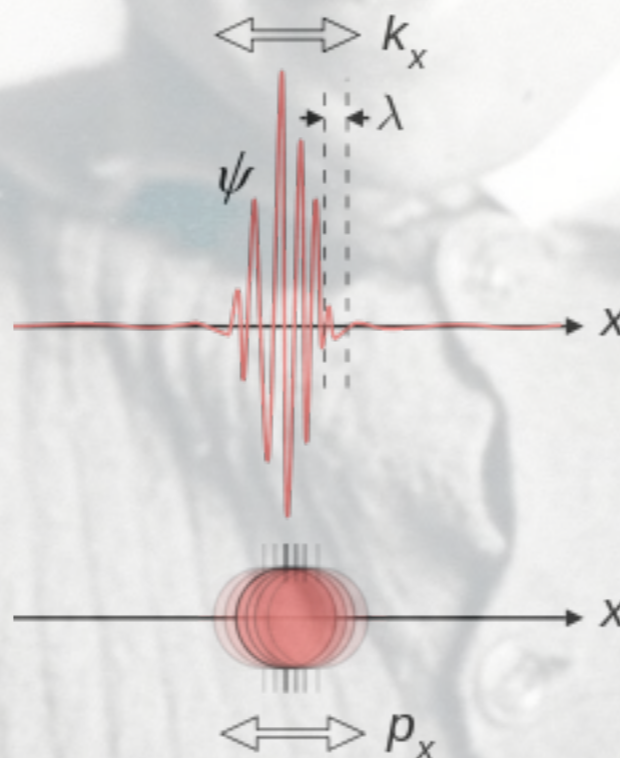


Più si cerca di localizzare la posizione e più si delocalizza l’impulso

# Heisenberg e il principio di indeterminazione

## Cosa abbiamo imparato?

Non è possibile localizzare con **CERTEZZA** una particella elementare, non è quindi associabile a qualcosa con i “contorni definiti”





# INTERMEZZO: LA SCUOLA DI COPENHAGEN

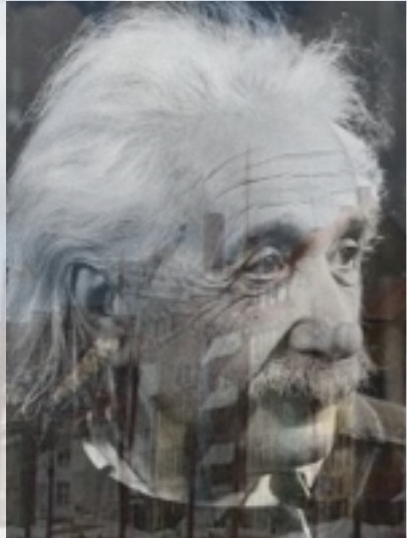




# La Scuola di Copenhagen

---

Quale è il “compito” di una teoria fisica:



Dare una descrizione **OGGETTIVA** della realtà.  
Dire “come è fatta” la **NATURA**

oppure

E' inutile dare descrizioni di cose che non riesco a “verificare”. Una teoria fisica deve essere **PREDITTIVA** non descrittiva: deve predire i risultati di un esperimento



# La scuola di Copenhagen

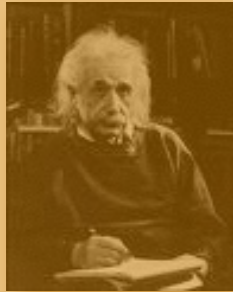
---

- Il modello *non* va bene, ne occorre uno più generale, che descriva le proprietà *oggettive* della materia (*Einstein*)
- Si *rinuncia* al modello stesso, non è compito della fisica sapere cosa è l'elettrone *in sè*, ma solo fornire delle *previsioni* sul suo comportamento (*interpretazione di Copenhagen*)

La storia ha visto prevalere il secondo punto di vista...



# Personaggi (in ordine di apparizione)

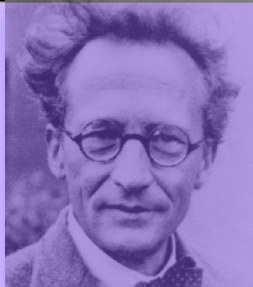


Einstein e la geometria dello spazio

Fisica e geometria in Relatività



1921



Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

L'interpretazione probabilistica della Meccanica



1933



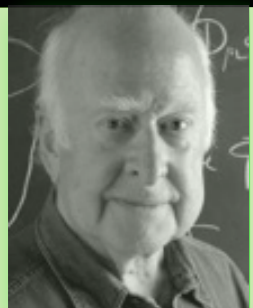
Heisenberg e il Principio di Indeterminazione

... e la natura non si ferma mai!



1932

## INTERMEZZO: La scuola di Copenhagen



Higgs e la rottura spontanea di simmetria

La massa non è una grandezza intrinseca



2013



Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Dal Modello Standard alle Stringhe



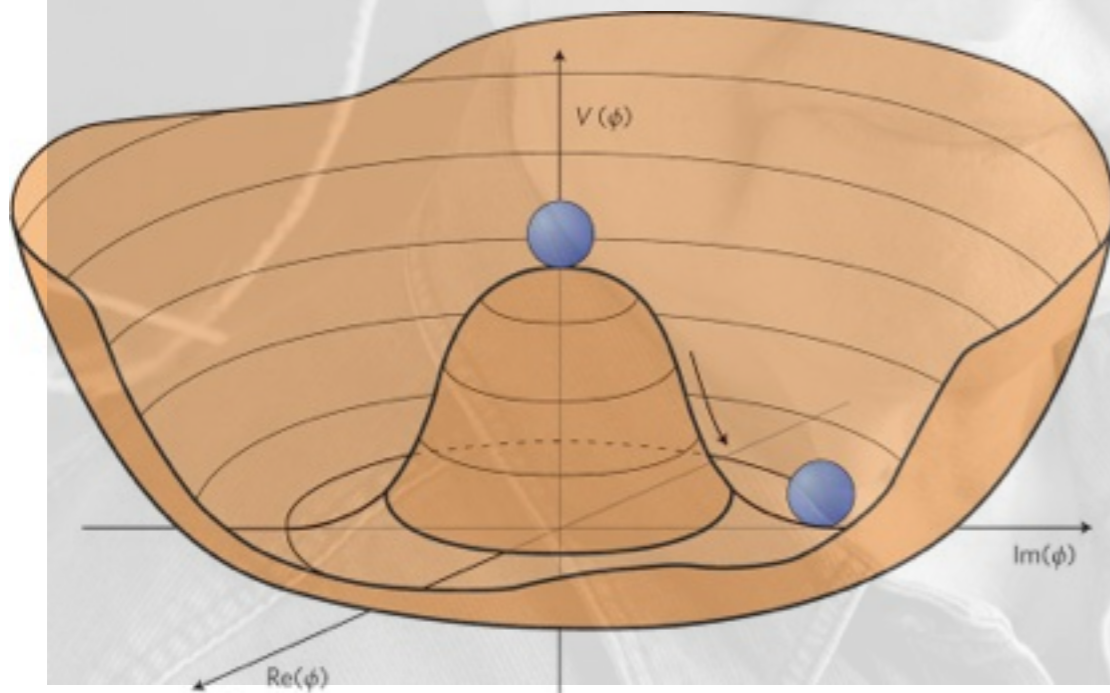
1979

# La rottura spontanea di simmetria

Il meccanismo di Higgs permette di fornire massa alle particelle in modo DINAMICO

la massa non è più una grandezza intrinseca caratterizzante una particella

Cosa è la rottura spontanea di simmetria?  
cerchiamo di capirlo con un esempio

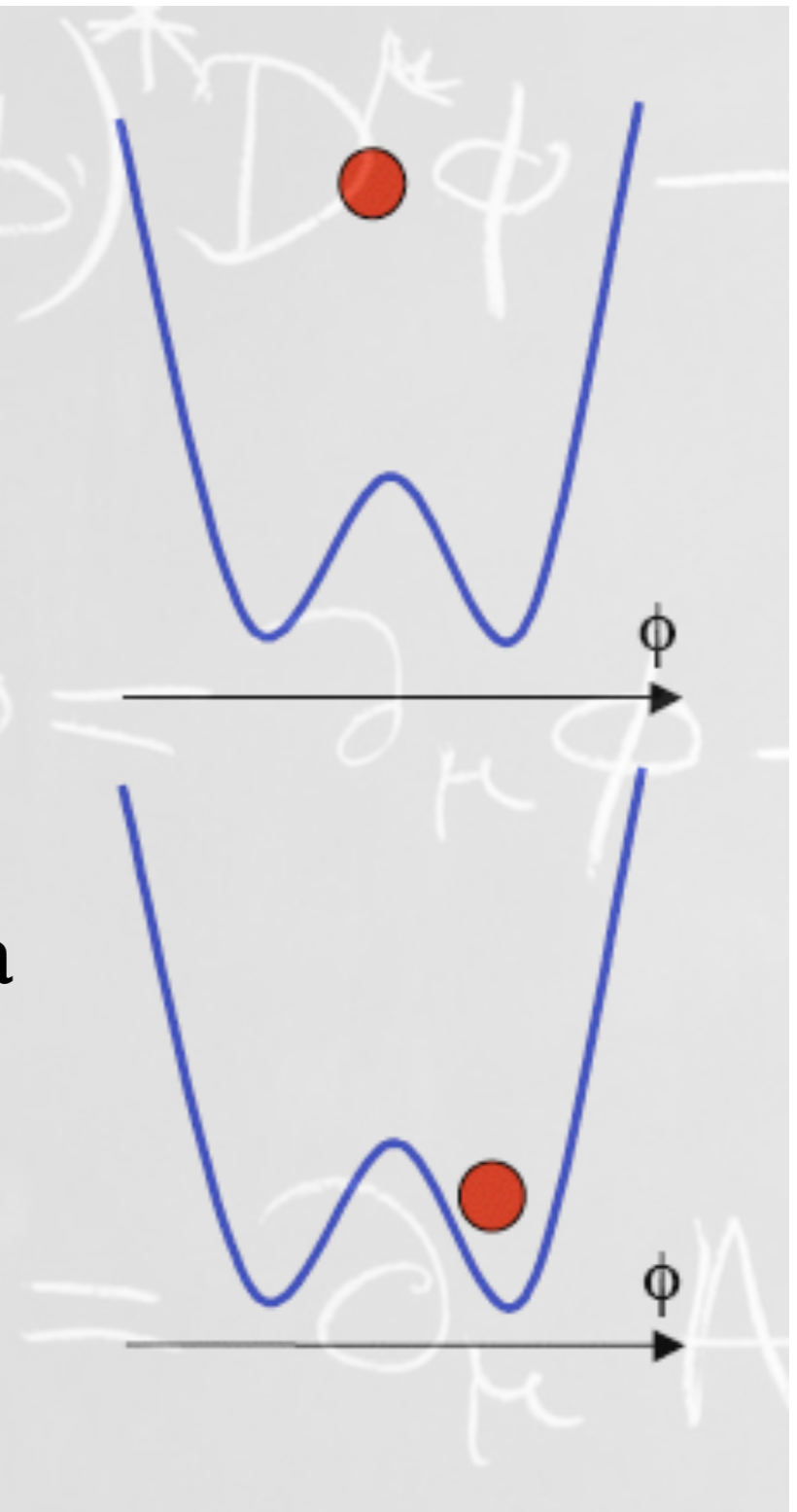


## La rottura spontanea di simmetria

La pallina galleggia sull'acqua, non percepisce la forma del fondo del contenitore. Ha uguale probabilità di trovarsi in qualunque punto della superficie (in media starà al centro)

**...ora buchiamo il fondo**

Quando l'acqua scende oltre un certo livello, la pallina cadrà da una parte. Da quale parte, non ci è dato saperlo né prevederlo, ma certamente non starà più (in media) al centro.

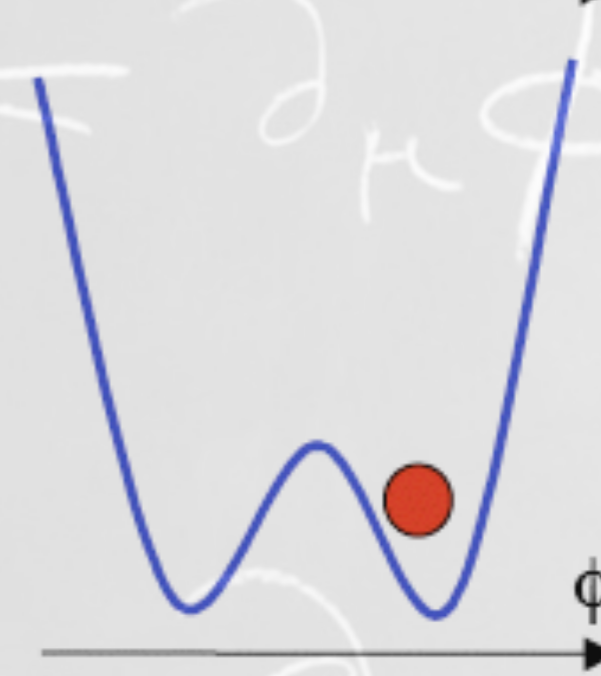
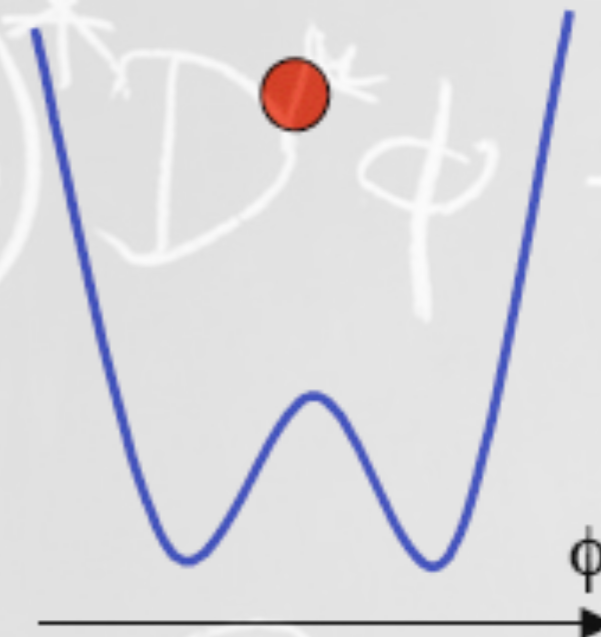
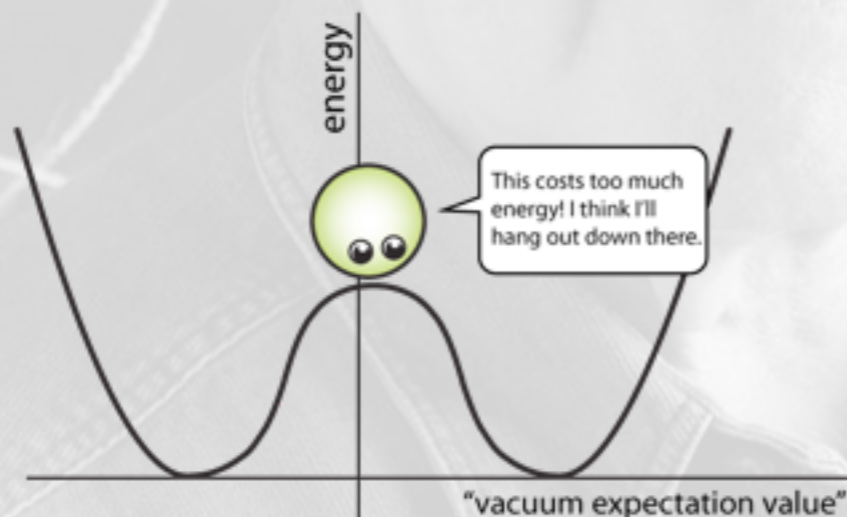


# La rottura spontanea di simmetria

## LEGENDA

curva blu = energia potenziale  
livello acqua = energia (temperatura)  
pallina = particella di Higgs

Il valore assunto dall'Higgs  
dopo SSB ha dimensioni di una  
**MASSA!**



## La rottura spontanea di simmetria

### PRIMA della SSB

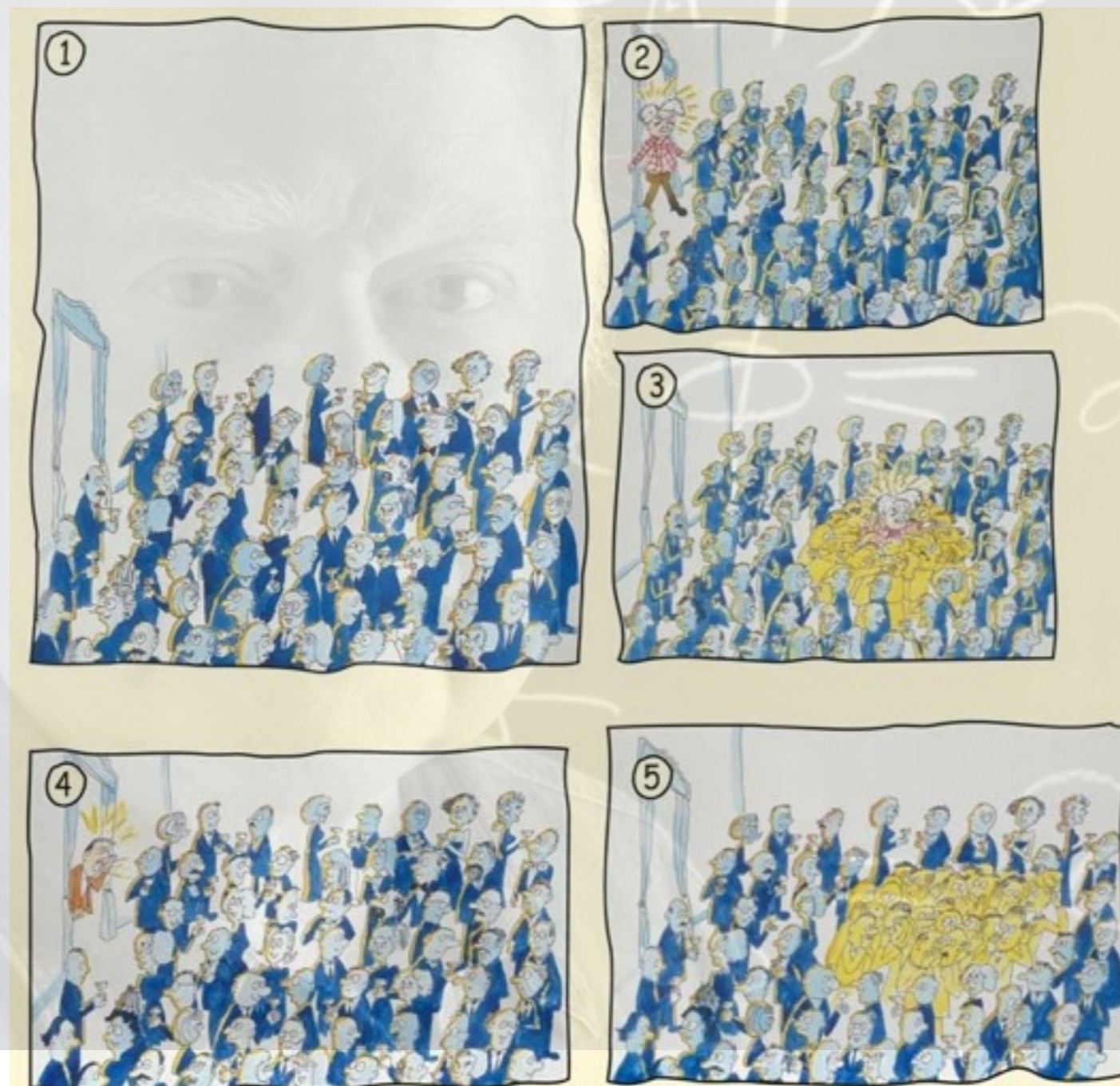
tutte le particelle sono senza massa, viaggiano tutte a  $v=c$  (se non lo fanno... non esistono!) e non c'è una scala di massa, (come è un mondo senza scala? senza unità di misura?)

### DOPO la SSB

particelle acquistano massa, viaggiano a  $v < c$ , si possono fermare, c'è una scala di massa.

# La rottura spontanea di simmetria

Ma come avviene che la particella acquista MASSA?  
una analogia “socio/comportamentale”



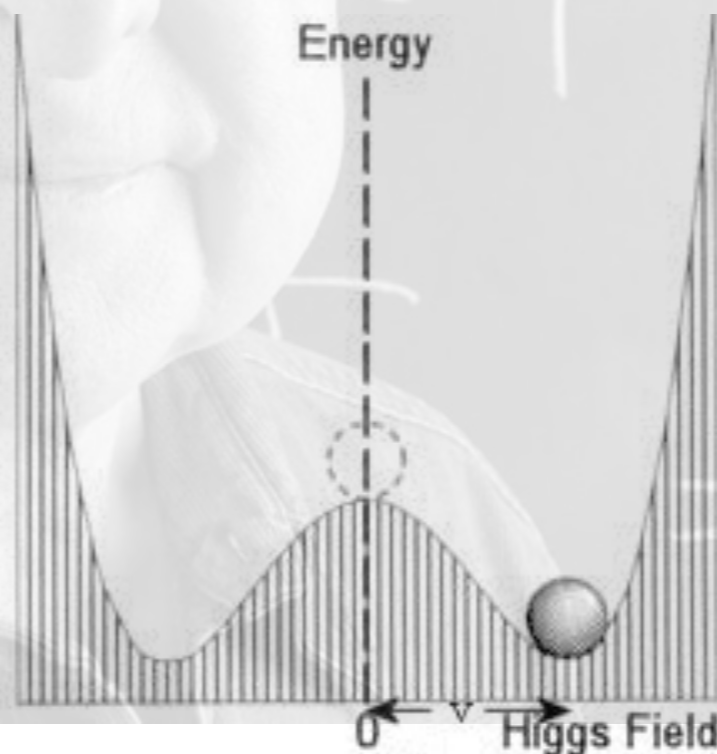


# La rottura spontanea di simmetria

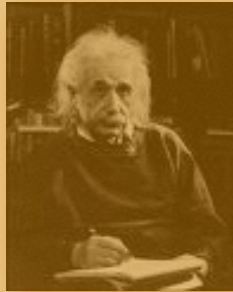
## Cosa abbiamo imparato?

la massa è una grandezza dinamica (non necessariamente pre-esistente) ottenibile via SSB

il valore di aspettazione  $V$  (non nullo) della particella di Higgs funge da unità di misura per tutte le altre particelle



# Personaggi (in ordine di apparizione)

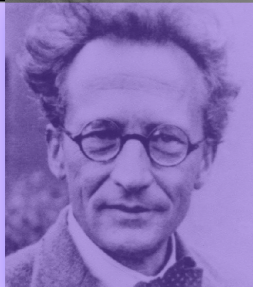


Einstein e la geometria dello spazio

Fisica e geometria in Relatività



1921



Schroedinger e la Meccanica Ondulatoria

L'interpretazione probabilistica della Meccanica



1933



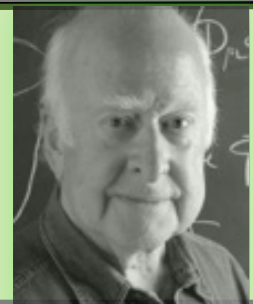
Heisenberg e il Principio di Indeterminazione

... e la natura non si ferma mai!



1932

## INTERMEZZO: La scuola di Copenhagen



Higgs e la rottura spontanea di simmetria

La massa non è una grandezza intrinseca



2013



Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

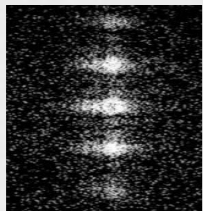
Dal Modello Standard alle Stringhe



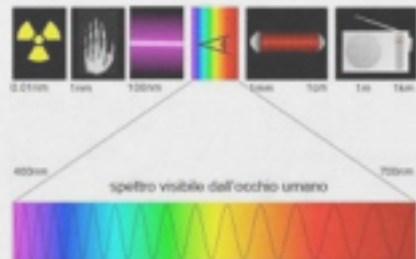
1979

# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Abbiamo assistito a molte “unificazioni”



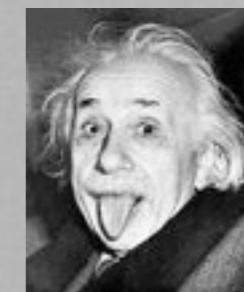
caduta dei gravi e moto dei pianeti



elettricità e magnetismo



spazio e tempo in relatività

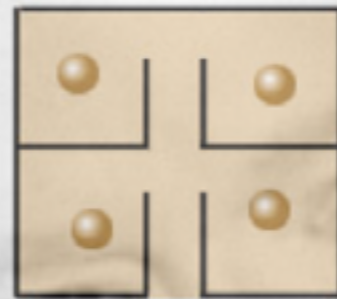
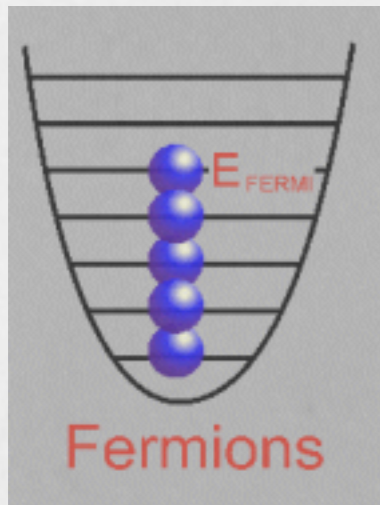


Elettricità e magnetismo suonano **arcaici**... esisteva un tempo in cui anche **elettromagnetico** e **debole** erano arcaici...si, qualche anno fa... 15 miliardi di anni fa

# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

## FERMIONI

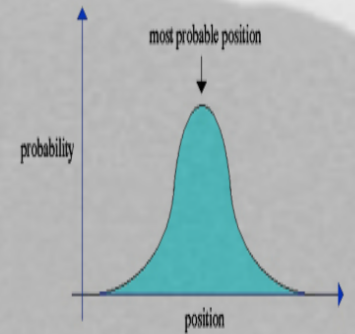
spin semi-intero



## BOSONI

spin intero

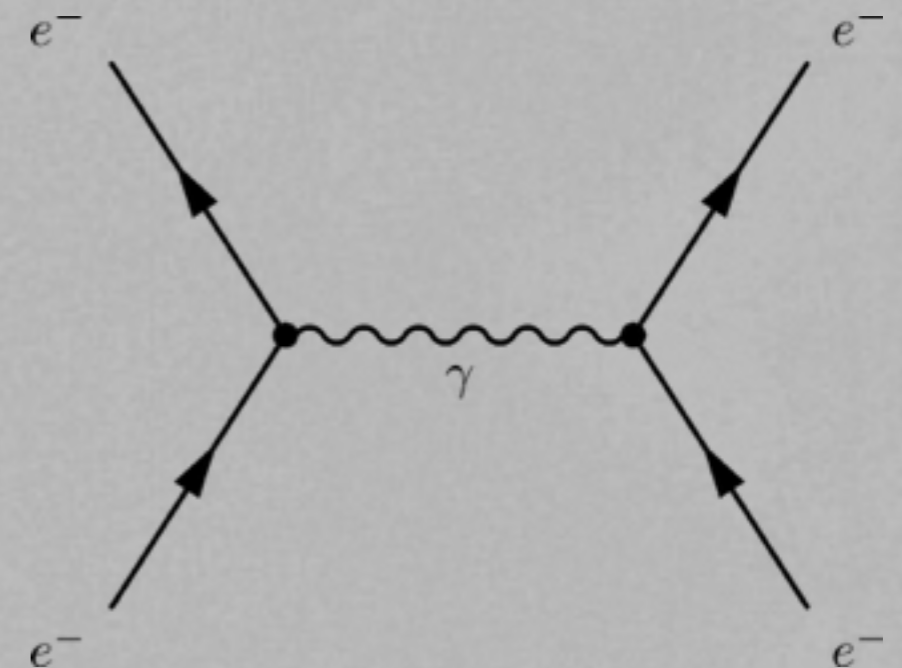
Quantum Wave Function



# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

La materia appare sotto forma di **FERMIONI**,  
mentre i **BOSONI** sono responsabili della **mediazione** delle  
**interazioni fondamentali**

come in una partita a tennis,  
la pallina-bosone scambia energia e impulso tra due giocatori-fermioni,



# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

## ma quante sono le interazioni fondamentali?

### Properties of the Interactions

The strengths of the interactions (forces) are shown relative to the strength of the electromagnetic force for two u quarks separated by the specified distances.

Property	Gravitational Interaction	Weak Interaction (Electroweak)	Electromagnetic Interaction	Strong Interaction
Acts on:	Mass – Energy	Flavor	Electric Charge	Color Charge
Particles experiencing:	All	Quarks, Leptons	Electrically Charged	Quarks, Gluons
Particles mediating:	Graviton (not yet observed)	$W^+$ $W^-$ $Z^0$	$\gamma$	Gluons
Strength at $\left\{ \begin{array}{l} 10^{-18} \text{ m} \\ 3 \times 10^{-17} \text{ m} \end{array} \right.$	$10^{-41}$ $10^{-41}$	0.8 $10^{-4}$	1 1	25 60

### FERMIONS

matter constituents  
spin = 1/2, 3/2, 5/2, ...

#### Leptons spin = 1/2

Flavor	Mass $\text{GeV}/c^2$	Electric charge
$\nu_L$ lightest neutrino*	$(0-0.13) \times 10^{-9}$	0
$e$ electron	0.000511	-1
$\nu_M$ middle neutrino*	$(0.009-0.13) \times 10^{-9}$	0
$\mu$ muon	0.106	-1
$\nu_H$ heaviest neutrino*	$(0.04-0.14) \times 10^{-9}$	0
$\tau$ tau	1.777	-1

#### Quarks spin = 1/2

Flavor	Approx. Mass $\text{GeV}/c^2$	Electric charge
$u$ up	0.002	2/3
$d$ down	0.005	-1/3
$c$ charm	1.3	2/3
$s$ strange	0.1	-1/3
$t$ top	173	2/3
$b$ bottom	4.2	-1/3

### BOSONS

force carriers  
spin = 0, 1, 2, ...

#### Unified Electroweak spin = 1

Name	Mass $\text{GeV}/c^2$	Electric charge
$\gamma$ photon	0	0
$W^-$ $W^+$ W bosons	80.39	-1 +1
$Z^0$ Z boson	91.188	0

#### Strong (color) spin = 1

Name	Mass $\text{GeV}/c^2$	Electric charge
$g$ gluon	0	0

# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Con questi costituenti (+ Higgs) e le regole per “comporli” possiamo costruire, spiegare, riprodurre tutta la materia, particelle ed esperimenti fatti fino ad ora

Tre generazioni della materia (fermioni)

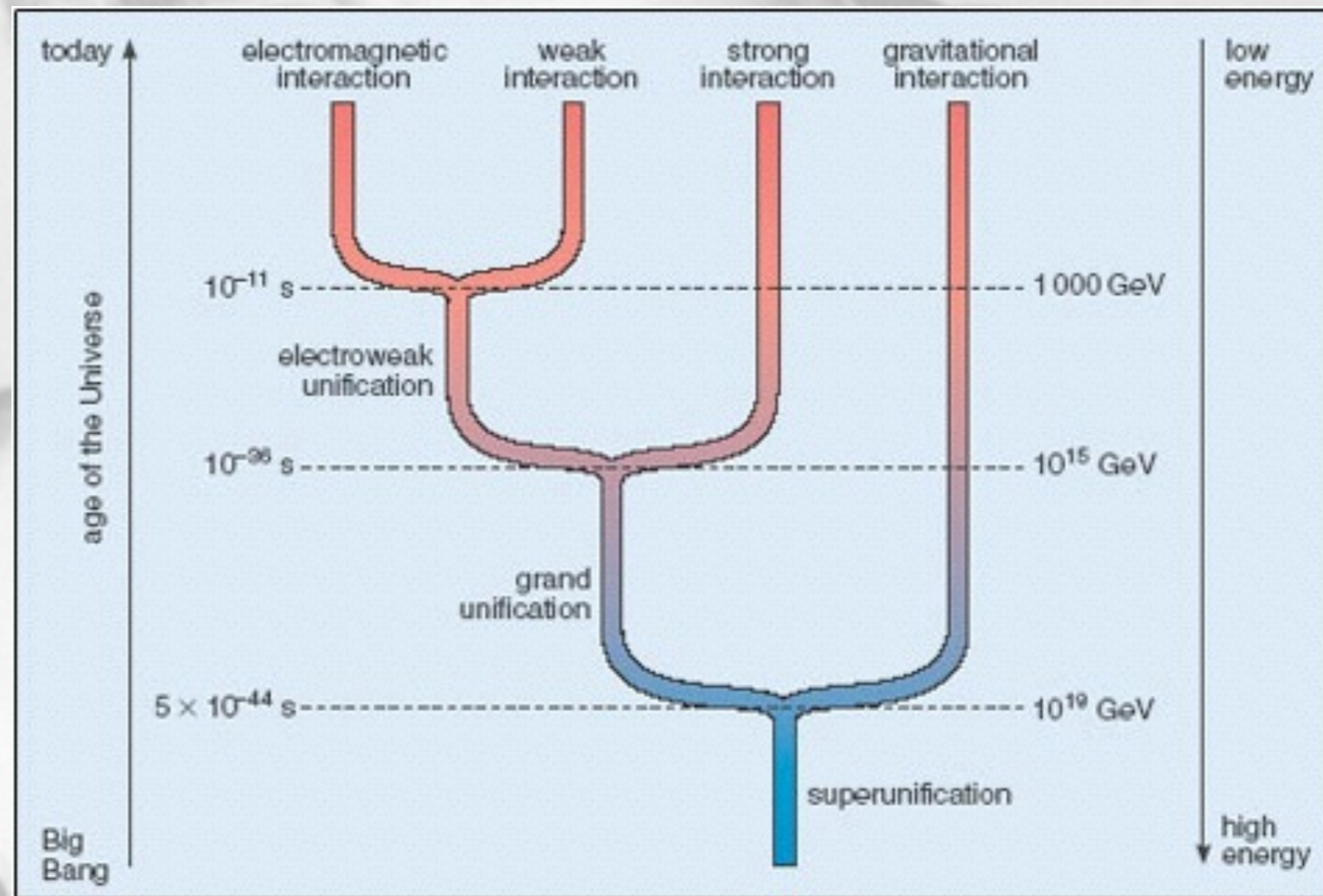
	I	II	III	
massa →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
carica →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
nome →	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b><math>\gamma</math></b> fotone
Quark	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b>g</b> gluone
Leptoni	2.2 eV	0.17 MeV	15.5 MeV	91.2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	<b><math>\nu_e</math></b> neutrino elettronico	<b><math>\nu_\mu</math></b> neutrino muonico	<b><math>\nu_\tau</math></b> neutrino tauonico	<b><math>Z^0</math></b> forza debole
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV
	-1	-1	-1	$\pm 1$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	<b>e</b> elettrone	<b><math>\mu</math></b> muone	<b><math>\tau</math></b> tauone	<b><math>W^\pm</math></b> forza debole

Bosoni (Forze)

# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

Ma non sono nate tutte insieme, e NON con le proprietà fisiche che hanno oggi!

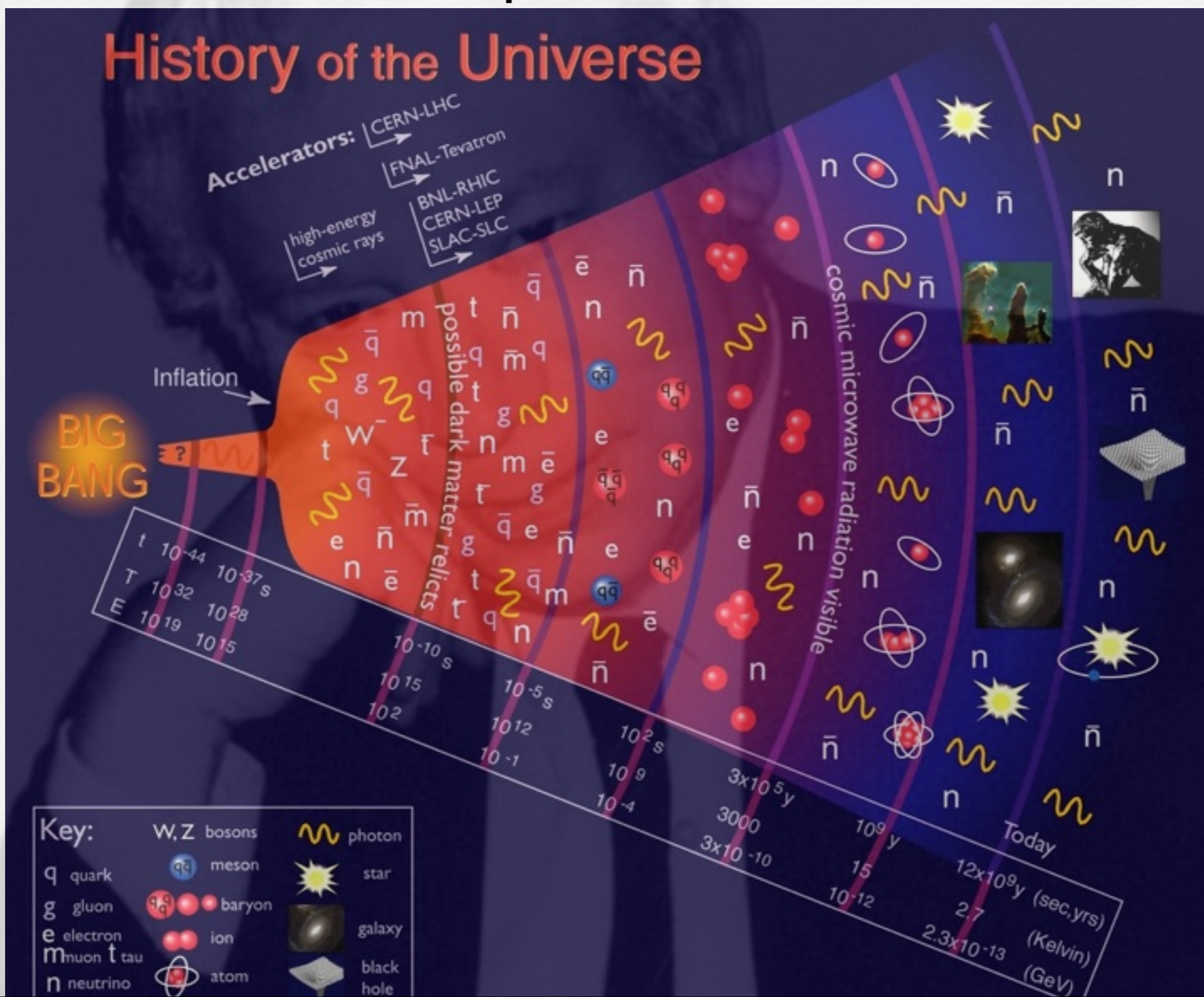
Particelle e Interazioni sono emerse a seguito di successive SSB





# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

## raffigurazione di come si è presumibilmente evoluto l'universo

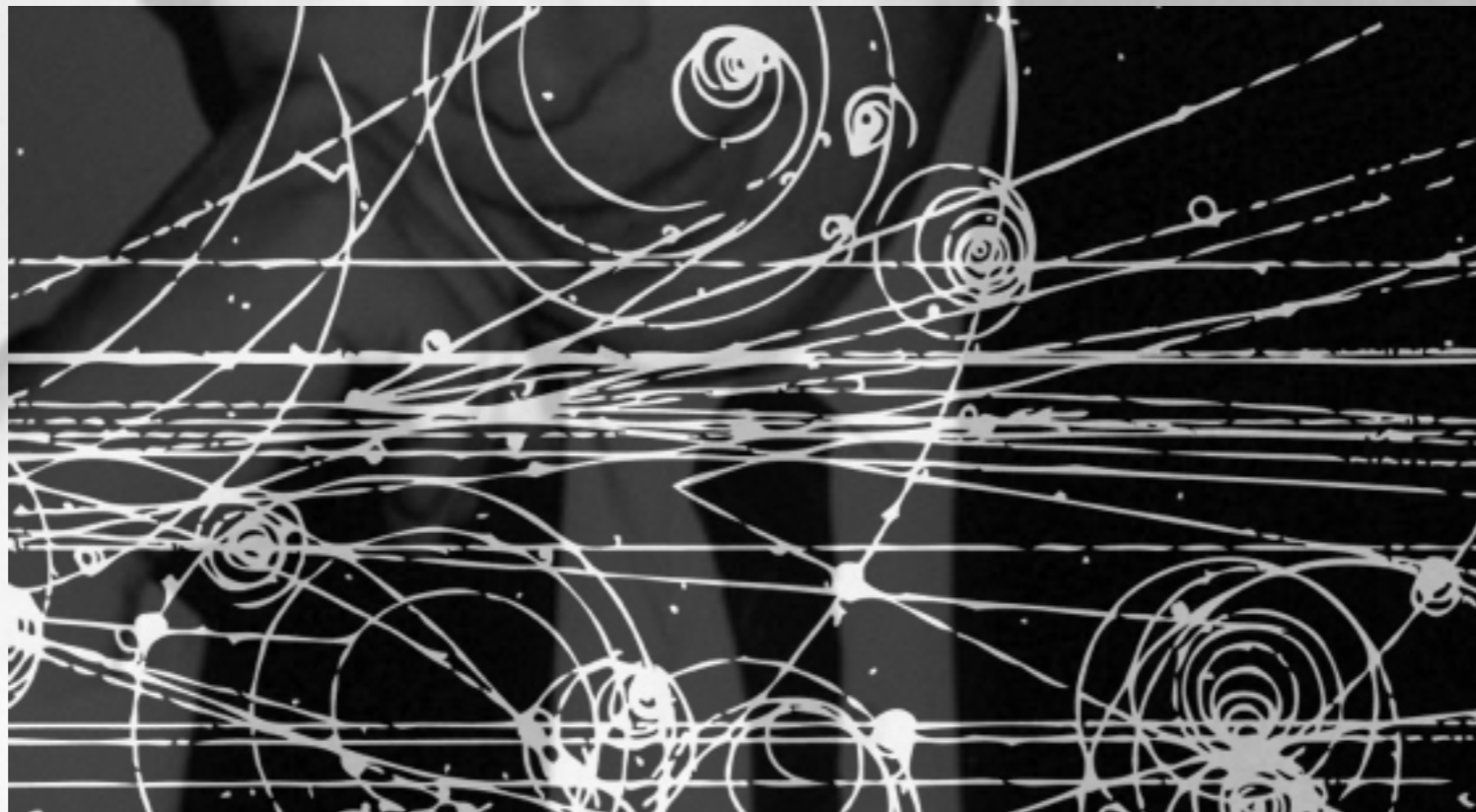


# Weinberg, Salam, Glashow e le unificazioni

## Cosa abbiamo imparato?

particelle ed interazioni sono un connubio indissolubile

entrambe si sono formate a seguito di ripetute SSB



# EPILOGO

## COSA E' UNA PARTICELLA ELEMENTARE?

La sua massa è indice della sua energia (e viceversa)

E' un po' corpuscolo e un po' onda

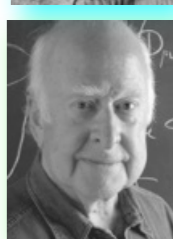
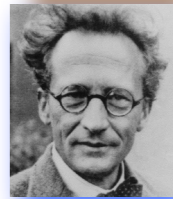
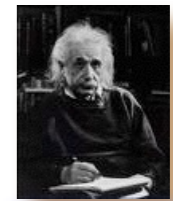
Non la posso "localizzare" con precisione

La SSB ha fornito l'unità di misura di tutte le masse

Sono inestricabili dalle le interazioni

e come regola generale:

identificarle per mezzo delle grandezze **OGGETTIVE**  
che le caratterizzano





Earth



Einstein, Schroedinger, Heisenberg,  
Higgs e Weinberg  
ringraziano per la vostra attenzione



Giuseppe Nardelli  
Dipartimento di Matematica e Fisica  
Università Cattolica del S. Cuore